**LA ARDILLA EN EL CALVERO**

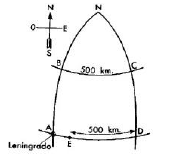
El rompecabezas referente a la ardilla en el calvero ha sido analizado por completo anteriormente. Pasamos al siguiente.

**LOS BILLETES DE AUTOCAR**

En cada una de las 25 estaciones, los pasajeros pueden pedir billete para cualquier estación, es decir, para los 24 puntos diferentes. Esto indica que el número de billetes diferentes que hay que preparar es de 25 x 24 = 600.

**EL VUELO DEL DIRIGIBLE**

Este problema no contiene contradicción alguna. No hay que pensar que el dirigible vuela siguiendo el perímetro de un cuadrado; es necesario tener en cuenta la forma esferoidal de la tierra. Los meridianos, al avanzar hacia el norte, se van aproximando (véase la figura); por ello, cuando vuela los 500 kilómetros siguiendo el arco del paralelo situado a 500 km al norte de la latitud de Leningrado, el dirigible se desplaza hacia oriente un número de grados mayor que el que recorre después en dirección contraria, al encontrarse de nuevo en la latitud de Leningrado. Como resultado de ello, el dirigible, al terminar el vuelo, estaba al este de Leningrado.



¿Cuánto? Esto puede calcularse. En la figura, ven ustedes la ruta seguida por el dirigible: ABCDE. El punto N es el Polo Norte; en ese punto se juntan los meridianos AB y CD. El dirigible voló primero 500 km hacia el norte, es decir, siguiendo el meridiano AN.

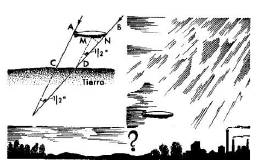
Como la longitud de un grado de meridiano equivale a 111 km, el arco de meridiano de 500 km contendrá 500: 111 = 4 grados y medio. Leningrado está situado en el paralelo 60; por consiguiente, el punto B se encuentra en los 60° + 4,5° = 64,5°. Después, el dirigible voló con rumbo este, es decir, por el paralelo BC, y recorrió siguiéndolo, 500 km. La longitud de un grado en este paralelo puede calcularse (o verse en las tablas); equivale a 48 km. Es fácil determinar cuántos grados recorrió el dirigible en dirección este, 500 : 48 = 10,4°. Luego, la nave aérea tomó dirección sur, es decir, voló siguiendo el meridiano CD y recorridos 500 km había de encontrarse de nuevo en el paralelo de Leningrado. Ahora la ruta toma dirección oeste, es decir, va por AD; 500 km de este camino es evidentemente una distancia más corta que AD. En la distancia AD hay los mismos grados que en la BC, es decir, 10,40. Pero la distancia de un grado, a los 60° de latitud, equivale a 55,5 km. Por consiguiente, entre A y D existe una distancia igual a 55,5 x 10,4 = 577km.

Vemos, pues, que el dirigible no podía aterrizar en Leningrado: le faltaron 77 km para llegar a este punto; es decir, que descendió en el lago Ladoga.

**LA SOMBRA**

Los que han hablado sobre este problema han cometido algunas faltas. No es cierto que los rayos del Sol que caen sobre la Tierra diverjan sensiblemente. Comparada con la distancia que la separa del Sol, la Tierra es tan pequeña que los rayos del Sol que caen sobre cualquier parte de su superficie divergen en un ángulo pequeñísimo, inapreciable; prácticamente pueden considerarse paralelos. A veces contemplamos, en la llamada irradiación tras las nubes, que los rayos del Sol se difunden en forma de abanico; esto sólo es fruto de la perspectiva. Observadas en perspectiva, las líneas paralelas parecen convergentes; recuerden, por ejemplo, los raíles que se pierden a lo lejos, o una larga avenida de árboles.

No obstante, el que los rayos del Sol caigan sobre la Tierra en un haz paralelo, no quiere decir, ni mucho menos, que la sombra completa del dirigible sea igual a la longitud del mismo. Si examinamos la figura veremos que la sombra completa del dirigible en el espacio se reduce en dirección a la Tierra y que, por consiguiente, la sombra reflejada en la superficie de la Tierra debe ser más corta que el mismo dirigible: CD menor que AB.



Si se sabe la altura a que vuela el dirigible, puede calcularse la magnitud de esta diferencia. Supongamos que vuele a una altura de 1.000 m sobre la superficie terrestre. El ángulo formado por las líneas A C y BD será igual al ángulo por el que se ve el Sol desde la Tierra; la magnitud de este ángulo es conocida: tiene cerca de medio grado. Por otra parte, es sabido que cualquier objeto, visto bajo un ángulo de medio grado dista del ojo observador 115 veces su diámetro. Es decir, el segmento MN (este segmento se ve desde la superficie terrestre bajo un ángulo de medio grado) debe ser la ciento quinceava parte de AC. La magnitud de AC es mayor que la perpendicular bajada desde A a la superficie de la Tierra. Si el ángulo comprendido entre la dirección de los rayos solares y la superficie terrestre es de 45°, AC (estando el dirigible a 1.000 m de altura) equivale a unos 1.400 m, y por consiguiente, el segmento MN es igual a



Pero la diferencia entre la longitud del dirigible y la de su sombra, es decir, el segmento MB, es mayor que MN, exactamente 1,4 veces mayor, porque el ángulo MBD es casi de 450. Por consiguiente MB es igual a 12 x 1,4; o sea, casi 17 m.

Todo lo dicho se refiere a la sombra completa del dirigible, negra y precisa, y no a la llamada semisombra, débil y difuminada. Nuestros cálculos muestran, entre otras cosas, que si en lugar del dirigible hubiera un pequeño globo de menos de 17 metros de diámetro, no daría sombra ompleta alguna; se vería sólo una semisombra vaga.

**UN PROBLEMA CON CERILLAS**

El problema hay que resolverlo empezando por el final. Vamos a partir de que, hechas todas las mudanzas correspondientes, los montoncitos tienen un número igual de cerillas. Ya que en esos cambios el número total de cerillas no ha cambiado, ha quedado invariable (48), al terminar todas las mudanzas resultó haber en cada montón 16 cerillas. Así, pues, al terminar tenemos:



Inmediatamente antes de esto, se habían añadido al primer montón de cerillas tantas cerillas como había en él; en otras palabras, el número de cerillas de este montón se había duplicado. Esto quiere decir que antes de hacer el último cambio, en el primer montón no había 16 cerillas, sino 8. En el tercero, del cual quitamos 8 cerillas había, antes de hacer esta operación. 16+8 = 24 cerillas

Las cerillas están ahora distribuidas por los montones así:



Sigamos. Sabemos que antes de esto fueron pasadas desde el segundo montón al tercero tantas cerillas como había en éste: es decir, que el número 24 es el doble de las cerillas existentes en el montón tercero antes de este cambio. De ahí deducimos la distribución de las cerillas después de la primera mutación:



Es fácil darse cuenta de que antes de hacer el primer cambio (es decir, antes de pasar del primer montón al segundo tantas cerillas como había en éste), la distribución de las cerillas era la siguiente:



Este era el número de cerillas que había al principio en cada uno de los montones.

**EL TOCON TRAICIONERO**

También es más sencillo resolver este rompecabezas empezando por el final. Sabemos que después de la tercera duplicación quedaron en el portamonedas una peseta y veinte céntimos (éste fue el dinero que recibió el viejo la última vez). ¿Cuánto había antes de 16 esta operación? Está claro que sesenta céntimos. Estos céntimos habían quedado después de pagar al viejo por segunda vez; una peseta y veinte céntimos; habiendo en el portamonedas, antes de pagarle, 1 peseta y 20 céntimos + 60 céntimos = 1 peseta y 80 céntimos.

Esta cantidad resultó haber en el portamonedas después de la segunda duplicación: antes de ella había sólo 90 céntimos, que habían quedado después de haber abonado al viejo por primera vez 1 peseta y 20 céntimos. De aquí deducimos que en el portamonedas, antes de pagarle, había 90 céntimos + 1 peseta y 20 céntimos = 2 pesetas.

En el portamonedas había ese dinero después de la primera duplicación; anteriormente había la mitad; es decir, 1 peseta y 5 céntimos. Comprobémoslo.

Dinero en el portamonedas:  
Después de la primera duplicación:  
1 pta. 5 ctms. x 2 = 2 ptas. 10 ctms.

Después del pago 1°:  
2 ptas. 10 ctms. - 1 pta. 20 ctms. = 90 ctms.

Después de la 2° duplicación:  
90 ctms. x 2 = 1 pta. 80 ctms.

Después del pago 2°:  
1 pta. 80 ctms. - 1 pta. 20 ctms. = 60 ctms.

Después de la 3° duplicación:  
60 ctms. x 2 = 1 pta. 20 ctms.

Después del pago 3°:  
1 pta. 20 ctms. - 1 pta. 20 ctms. = 0 ctms.

**EL TRUCO ARITMETICO**

Analicemos lo que se ha hecho con el número pensado. Ante todo, se le ha agregado detrás el número dado de tres cifras. Es lo mismo que agregarle tres ceros y luego sumarle el número inicial; por ejemplo:

872.872 = 872.000 + 872

Se ve claro qué es lo que en realidad se ha hecho con el número: se ha aumentado 1.000 veces y además se ha añadido el mismo número; en resumidas cuentas, hemos multiplicado el número por 1.001.

¿Qué se ha hecho después con el producto? Lo han dividido por 7, por 11 y por 13. Es decir, lo han dividido por el producto de 7 x 11 x 13, o lo que es lo mismo, por 1.001. . Así, pues, el número pensado, primero lo han multiplicado por 1.001 y luego lo han dividido entre 1.001. ¿Cabe admirarse de que se haya obtenido el mismo número?

**LA CIFRA TACHADA**

¿En qué forma se hace esto y en qué consiste la clave del truco? La solución es muy fácil. Se busca una cifra que adicionada a las que le comunica su interlocutor forme el número más próximo divisible por 9. Si, por ejemplo, en el número 828 ha sido tachada la primera cifra (8) y le comunican a usted las cifras 2 y 8, usted, una vez sumados 2 + 8, calcula que hasta el número más próximo divisible por 9, es decir, hasta el 18, faltan 8. Esta es la cifra tachada. ¿Por qué resulta así? Porque si a cualquier número le restamos la suma de sus cifras, debe quedar un número divisible por 9; en otras palabras, un número en el que la suma de los valores absolutos de sus cifras se divida por 9. En efecto, representemos por a la cifra de las centenas del número pensado, por b la de las decenas y por c la de las unidades. Este número tendrá en total:

100a + l0b + c unidades

Restémosle la suma de los valores de sus cifras a + b + c. Obtendremos:

100a + l0b + c - (a + b + c) = 99a + 9b = 9(11a + b)

Pero 9(11a + b) está claro que es divisible por 9; por lo tanto, al restar de un número la suma de los valores de sus cifras, debe resultar siempre un número divisible por 9, sin residuo.

Al presentar el truco, puede suceder que la suma de las cifras que le comuniquen sea divisible entre nueve (por ejemplo 4 y 5). Esto indica que la cifra tachada es o un cero o un nueve. Así, que debe usted responder cero o nueve.

He aquí una variante nueva del mismo truco: en lugar de restar del número pensado la suma de los valores de sus cifras, puede restarse otro, formado cambiando de lugar las cifras de dicho número.

Por ejemplo, del número 8.247 puede restarse 2.748 (si el número nuevo es mayor que el pensado, se resta del mayor el menor). Luego se continúa como se ha indicado anteriormente: 8.247 - 2.748 = 5.499; si se ha tachado la cifra 4, conociendo las cifras 5, 9, 9, calcula usted que el número divisible por 9 más próximo a 5 + 9 + 9, es decir, a 23, es el número 27. 0 sea, que se ha tachado la cifra 27 - 23 = 4.

**ADIVINAR UN NUMERO SIN PREGUNTAR NADA**

Si, por ejemplo, se había pensado el número 467, deben realizarse las siguientes operaciones:



Este resultado final, 1.089, es el que comunica usted. ¿Cómo puede saberlo? Analicemos el problema en su aspecto general. Tomemos un número con las cifras a, b y c. El número será:

100a + l0b + c.

El número con las cifras en orden contrario será:

100c + l0b + a.

La diferencia entre el primero y el segundo será igual a

99a - 99c.

Hagamos las siguientes transformaciones:

99a - 99c = 99 (a - c) = 100 (a - c) - (a - c)=

= 100 (a - c) - 100 + 100 - 10 + 10 - a + c =

=100 (a - c - 1) + 90 + (10 - a + c).

Es decir, que la diferencia consta de las tres cifras siguientes:

cifra de las centenas: a - c – 1

decenas: 9

unidades: 10 + c - a

El número con las cifras en orden contrario se representa así:

100 (10 + c - a) + 90 + (a - c - 1)

Sumando ambas expresiones:

100 (a - c- 1) + 90 + 10 + c - a + 100(10 + c - a) + 90 + a - c - 1.

Resulta:

100 x 9 + 180 + 9 = 1.089.

Cualesquiera que sean las cifras a, b, c, una vez hechas las operaciones mencionadas se obtendrá siempre el mismo número: 1.089. Por ello no es difícil adivinar el resultado de estos cálculos: lo conocía usted de antemano. Está claro que este truco no debe presentarse a la misma persona dos veces porque entonces el secreto quedará descubierto.

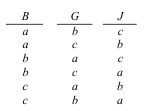
**QUIEN HA COGIDO CADA OBJETO**

El truco deja perplejo al público, sobre todo porque se realiza sin participación de intermediarios secretos que nos hagan señales imperceptibles convenidas previamente. Es un truco sin engaño alguno, pues todo él está fundamentado exclusivamente en cálculos aritméticos. Se adivina quién tiene cada objeto, sólo por el número de avellanas que han quedado en el plato. Quedan siempre pocas: de 1 a 7, y pueden contarse de un solo golpe de vista.

Pero, ¿cómo conocer quién ha guardado uno u otro objeto, por el número de avellanas que quedan?

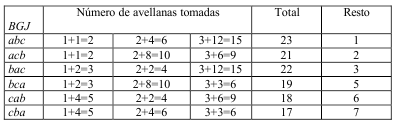
Es muy sencillo; cada caso de distribución de los objetos entre las tres personas corresponden a un número diferente de avellanas del plato. Vamos a convencernos inmediatamente.

Supongamos que sus compañeros se llaman Benigno, Gregorio y Juan. Designémosles por sus iniciales: B, G, J. Designemos también los objetos por letras: el lápiz a, la llave b y el cortaplumas c. ¿Cómo pueden distribuirse estos objetos entre tres personas? De las seis maneras siguientes:



Es evidente que no puede haber más combinaciones; la tabla comprende todas las posibles. Veamos ahora qué número de avellanas

quedan en el plato en cada uno de los casos:



Ya ven que el resto de avellanas es diferente cada vez. Por ello, conociendo el resto, es fácil determinar cómo están distribuidos los objetos entre sus amigos. De nuevo -por tercera vez- se aleja de la habitación y mira su libretita de notas donde lleva apuntado el cuadro anterior (en realidad sólo hacen falta la primera y la última columna); es difícil recordarlo de memoria, y además no hay necesidad de ello. El cuadro le indicará dónde se halla cada objeto. Por ejemplo, si han quedado en el plato 5 avellanas, quiere decir (caso bca) que la llave la tiene Benigno; el cortaplumas, Gregorio; el lápiz, Juan.

Para que el truco salga bien, debe recordar exactamente cuántas avellanas ha entregado a cada persona (distribúyalas siempre siguiendo el orden alfabético de los nombres, como lo hemos hecho en el caso explicado).