**UN TRATO VENTAJOSO**

Puede comprenderse que la alegría del rico no duró mucho; pronto empezó a comprender que el extraño huésped no era un simplón, ni el negocio que había concertado con él era tan ventajoso como le había parecido al principio. A -partir del decimoquinto día, por las cien mil pesetas correspondientes hubo de pagar no céntimos, sino cientos de pesetas, y las cantidades a pagar aumentaban rápidamente. En efecto, el rico, por la segunda mitad del mes, pagó por las:



Sin embargo, el rico consideraba que no sufría pérdidas ni mucho menos. Aunque había pagado más de cinco mil pesetas, había recibido 1.800.000 pesetas.

No obstante, las ganancias disminuían de día en día, cada vez con mayor rapidez.



Tenía que pagar ya más de lo que recibía. ¡Qué bien le hubiera venido pararse! Pero no podía rescindir el contrato.

La continuación fue todavía peor. El millonario se convenció, demasiado tarde, de que el desconocido había sido más astuto que él y recibiría mucho más dinero que el que había de pagar.

A partir del día 28, el rico hubo de abonar millones. Por fin, los dos últimos días lo arruinaron. He aquí estos enormes pagos:



Cuando el huésped se marchó definitivamente, el millonario sacó la cuenta de cuánto le habían costado los tres millones de pesetas a primera vista tan baratos. Resultó que había pagado al desconocido 10.737.418 pesetas 23 céntimos. Casi once millones de pesetas. Y eso que había empezado pagando un céntimo. El desconocido hubiera podido llevar diariamente trescientas mil pesetas, y con todo, no hubiera perdido nada.

Antes de terminar esta historia, voy a indicar el procedimiento de acelerar el cálculo de las pérdidas de nuestro millonario; en otras palabras, cómo puede hacerse la suma de la serie de números:

1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 +...

No es difícil observar la siguiente particularidad de estos números:

1 = 1

2 = 1 + 1

4 =(1 + 2) + 1

8 =(1 + 2 + 4) + 1

16 =(1 + 2 + 4 + 8) + 1

32 =(1 + 2 + 4 + 8 + 16) + 1

etc.

Vemos que cada uno de los números de esta serie es igual al conjunto de todos los anteriores sumados más una unidad. Por eso, cuando hay que sumar todos los números de una serie de éstas, por ejemplo, desde 1 hasta 32.768, bastará añadir al último número (32.768) la suma de todos los anteriores. En otras palabras, le añadimos ese mismo último número restándole previamente la unidad (32.768 - l). Resulta 65.535.

Siguiendo este método pueden calcularse las pérdidas de nuestro millonario con mucha rapidez si sabemos cuánto ha pagado la última vez. El último pago fue de 5.368.709 pesetas 12 céntimos. Por eso, sumando 5.368.709 pesetas 12 céntimos y 5.368.709 pesetas 11 céntimos, obtendremos inmediatamente el resultado buscado: 10.737.418 pesetas 23 céntimos.

**PROPAGACION DE LOS RUMORES EN LA CIUDAD**

Si se continuase de este modo difundiéndose el rumor por la ciudad, es decir, si cada uno que lo oiga logra comunicárselo a tres ciudadanos más en el cuarto de hora siguiente, la ciudad irá enterándose de la noticia de acuerdo con el horario que sigue:

9.00 h 40+(3\*27) =121

9.15 h 121+(3\*81) =364

9.30 h 364+(3\*243) =1.093

A la hora y media de haber aparecido la noticia en la ciudad, la conocen, como vemos, unas 1.100 personas en total.

Puede parecer poco para una población de 50.000 habitantes y cabe pensar que la noticia no llegará pronto a ser conocida de todos los habitantes. Sin embargo, observemos la difusión futura del rumor:

9.45 h 1. 093+(3\*729) =3.280

10.00 h 3.280+(3\*2.187) =9.841

10.15 h 9.841+(3\*6.561) =29.524

Esto indica que antes de las diez y media de la mañana, absolutamente todos los ciudadanos de la populosa ciudad conocerán la noticia que a las 8 de la mañana sabía sólo una persona.

Examinemos ahora cómo se ha resuelto el cálculo anterior. Nos hemos limitado a sumar la siguiente serie de números:

1 + 3 + (3 x 3) + (3 x 3 x 3 ) + (3 x 3 x 3 x 3), etc.

Cada uno comunica la noticia a otras tres personas

¿No puede averiguarse esta suma más brevemente, como hemos hecho antes con la suma de los números de la serie 1 + 2 + 4 + 8, etcétera? Es posible si tomamos en consideración la siguiente propiedad de los sumandos:

1=1

3=1 x 2 + 1

9= (1 + 3) x 2 + 1

27=(1 + 3 + 9) x 2 + 1

81=(1 + 3 + 9 + 27) x 2 + 1, etc.

En otras palabras, cada número de esta serie es igual al doble de la suma de todos los números anteriores más una unidad.

De aquí se deduce que para encontrar la suma de todos los términos de la serie, desde uno hasta cualquier término, basta agregar a este número su mitad (habiendo restado previamente el último término de la unidad).

A las diez y media todos conocen la noticia

Por ejemplo la suma de los números

1 + 3 + 9 + 27 + 81 + 243 + 729

es igual a 729 más la mitad de 728; es decir, 729 + 364 = 1.093. En el caso concreto a que nos referíamos, cada vecino que sabía la noticia la comunicaba sólo a tres ciudadanos. Pero si los habitantes de la ciudad hubieran sido más locuaces y hubieran comunicado la noticia escuchada, no a tres, sino por ejemplo, a cinco o a otros diez, está claro que el rumor se hubiera difundido con mucha mayor rapidez todavía. Si, por ejemplo, se transmitiera cada vez a cinco personas, la información de la ciudad presentaría el siguiente cuadro:

8.00 h = 1 persona

8.15 h 1+5 = 6

8.30 h 6 + (5\*5) = 31

8.45 h 31 + (25\*5) = 156

9.00 h 156 + (125\*5) = 781

9.15 h 781 + (625\*5) = 3.906

9.30 h 3.906 +(3.125\*5) = 19.531

Antes de las 9.45 de la mañana era ya conocida por los 50.000 habitantes de la ciudad.

Proceso de difusión de un rumor

El rumor se difunde todavía con mayor rapidez si cada uno de los que lo escuchan transmite la noticia a 10. Entonces resulta la curiosa serie de números:

8.00 h = 1 persona

8.15 h 1+10 = 11

8.30 h 11 + 100 = 111

8.45 h 111 + 1.000 = 1.111

9.00 h 1.111 + 10.000 = 11.111

 El número siguiente de esta serie será evidentemente 111.111; lo que indica que toda la ciudad conoce la noticia poco después de las nueve de la mañana.

**AVALANCHA DE BICICLETAS BARATAS**

Sin embargo, este tipo de negocio era un verdadero fraude. La avalancha, como se llamó a ese negocio sucio, o la bola de nieve, como la denominaban los franceses, causaba pérdidas a los numerosos participantes que no conseguían vender los billetes comprados. Esos eran los que pagaban a la empresa la diferencia entre los 50 duros del precio de la bicicleta y los 10 que se pagaban por ella. Tarde o temprano, llegaba infaliblemente un momento en que los poseedores de billetes no podían encontrar a nadie dispuesto a adquirirlos. De que esto tenía indefectiblemente que ocurrir así, se convencerán ustedes si tomando un lápiz, siguen el curso del proceso y anotan el ímpetu creciente del número de personas arrastra das por la avalancha.

El primer grupo de compradores que recibe sus billetes directa mente de la casa, de ordinario, encuentra compradores sin esfuerzo alguno; cada uno facilita billetes a cuatro nuevos participantes.

Estos cuatro deben vender sus billetes a 4 x 5, es decir, a otro 20, convenciéndoles de las ventajas de esa compra. Supongamos que lo consigan, y ya tenemos reclutados 20 compradores.

La avalancha avanza. Los 20 nuevos dueños de billetes debe distribuirlos a 20 x 5 = 100 personas más.

Hasta este momento, cada uno de los fundadores de la avalancha ha arrastrado a ella a 1 + 4 + 20 + 100 = 125 personas, de las cuales 25 han recibido una bicicleta cada uno, y 100 sólo la esperanza de adquirirla, por lo que han pagado 10 duros.

La avalancha, en ese momento, sale del estrecho círculo de las personas conocidas y empieza a extenderse por la ciudad, donde sin embargo, es cada vez más difícil encontrar nuevos compradora de billetes. El indicado centenar de poseedores de billetes debe venderlos a 500 ciudadanos más, los que a su vez habrán de reclutar 2.500 nuevas víctimas. La ciudad queda muy pronto inundada de billetes, y resulta bastante difícil encontrar nuevas personas dispuestas y deseosas de comprarlos.

Ya ven ustedes que el número de personas arrastradas por 1 avalancha crece en virtud de la misma ley matemática que acabamos de examinar al referirnos a la divulgación de rumores. He aquí 1 pirámide numérica que resulta:

1

4

20

100

500

2.500

12.500

62.500

Si la ciudad es grande y toda la población capaz de montar en bicicleta asciende a 62.500 personas, en el momento que examinamos, es decir, a la octava vuelta, la avalancha debe desaparecer. Todos han resultado absorbidos por ella, pero sólo la quinta parte ha recibido bicicleta; las restantes 4/5 partes tienen en sus manos billetes, pero no encuentran a quién venderlos.

Una ciudad de población más numerosa, incluso una capital de varios millones de habitantes, puede saturarse de billetes prometedores al cabo de pocas vueltas, ya que la magnitud de la avalancha aumenta con rapidez increíble.

312.500

1.562.500

7.812.500

39.062.500

La vuelta 12° de la avalancha, como ven, podría arrastrar a la población de toda una nación, y 4/5 de la población quedarían engañados por los organizadores de la avalancha.

**LA RECOMPENSA**

Empezaron las visitas diarias de Terencio a la tesorería imperial. Ésta se hallaba cerca del salón del trono, y los primeros viajes no costaron esfuerzo alguno a Terencio.

El primer día sacó de la tesorería un solo bras. Era una pequeña monedita de 21 mm de diámetro y 5 g de peso. (Peso y tamaño aproximado de una moneda de 5 pesetas, acuñada en nuestros días.)

El segundo, tercero, cuarto, quinto y sexto viajes fueron también fáciles: el guerrero trasladó monedas que pesaban 2, 4, 8, 16 y 32 veces más que la primera.

La séptima moneda pesaba 320 gramos -según el sistema moderno de pesas y medidas- y tenía 8 cm de diámetro (84 mm exactamente).

El octavo día, Terencio hubo de sacar de la tesorería una moneda correspondiente a 128 unidades monetarias. Pesaba 640 gramos y tenía unos 10,50 cm de anchura.

El noveno día, Terencio llevó al salón imperial una moneda equivalente a 256 unidades monetarias.

Tenía 13 cm de ancho y pesaba 1,25 kg.

El duodécimo día, la moneda alcanzó casi 27 cm de diámetro con un peso de 10,25 kg.

El emperador, que hasta aquel entonces había contemplado afablemente al guerrero, no disimulaba ya su triunfo. Veía que Terencio había hecho 12 viajes y sacado de la tesorería poco más de 2.000 monedas de bronce.

El día decimotercero esperaba a Terencio una moneda equivalente a 4.096 unidades monetarias.

Tenía unos 34 cm de ancho y su peso era igual a 20,5 kg.

El día decimocuarto, Terencio sacó de la tesorería una pesada moneda de 41 kg de peso y unos 42 cm de anchura.

-¿Estás ya cansado, mi valiente Terencio? -le preguntó el emperador, reprimiendo una sonrisa.

-No, señor mío -contestó ceñudo el guerrero, secándose el sudor que bañaba su frente.

Llegó el día decimoquinto. Ese día, la carga de Terencio fue pesada. Se arrastró lentamente hasta el emperador, llevando una enorme moneda formada por 16.384 unidades monetarias. Tenía 53 cm de anchura y pesaba 80 kg: el peso de un guerrero talludo.

El día decimosexto, el guerrero se tambaleaba bajo la carga que llevaba a cuestas. Era una moneda equivalente a 32.768 unidades monetarias, de 164 kg de peso y 67 cm de diámetro.

El guerrero había quedado extenuado y respiraba con dificultad. El emperador sonreía...

Cuando Terencio apareció, al día siguiente, en el salón del trono del emperador, fue acogido con grandes carcajadas. No podía llevar en brazos su carga, y la hacía rodar ante él. La moneda tenía 84 cm de diámetro y pesaba 328 kg. Correspondía al peso de 65.536 unidades monetarias.

El decimoctavo día fue el último del enriquecimiento de Terencio. Aquel día terminaron las idas y venidas desde la tesorería al salón del emperador. Esta vez hubo de llevar una moneda correspondiente a 131.072 unidades monetarias. Tenía más de un metro de diámetro y pesaba 655 kg.

Utilizando la lanza como si fuera una palanca, Terencio, con enorme esfuerzo, apenas si pudo hacerla llegar rodando al salón. La gigantesca moneda cayó con estrépito a las plantas del emperador.

Terencio se hallaba completamente extenuado.

-No puedo más... Basta -susurró.

El emperador reprimió con esfuerzo una carcajada de satisfacción al ver el éxito completo de su astucia. Ordenó al tesorero que contara cuántos bras, en total, había llevado Terencio al salón del trono.

El tesorero cumplió la orden y dijo:

-Majestad, gracias a tu largueza, el guerrero Terencio ha recibido una recompensa de 262.143 bras.

Así, pues, el avaro emperador entregó al guerrero alrededor de la vigésima parte de la suma de un millón de denarios que había solicitado Terencio.

Comprobemos los cálculos del tesorero, y de paso, el peso de las monedas. Terencio llevó:



Conocemos ya el procedimiento para calcular fácilmente la suma de números que forman series de este tipo; para la segunda columna, esta suma es igual a 262.143.. Terencio había solicitado del emperador un millón de denarios, o sea, 5.000.000 de bras. Por consiguiente, gracias a esta treta del emperador, recibió:

5.000.000/262.143 = 19 veces menos que la suma pedida.

**LEYENDA SOBRE EL TABLERO DE AJEDREZ**

Esta es la leyenda. No podemos asegurar que haya sucedido en realidad lo que hemos contado; sin embargo, la recompensa de que habla la leyenda debe expresarse por ese número; de ello pueden convencerse, haciendo ustedes mismos el cálculo. Si se comienza por la unidad, hay que sumar las siguientes cifras: 1, 2, 4, 8, etc. El resultado obtenido tras 63 duplicaciones sucesivas nos mostrará la cantidad correspondiente a la casilla 64, que deberá recibir el inventor. Operando como se ha indicado en la página 129, podemos fácilmente hallar la suma total de granos, si duplicamos el último número, obtenido para la casilla 64, y le restamos una unidad. Es decir, el cálculo se reduce simplemente a multiplicar 64 veces seguidas la cifra dos: 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2... y así sucesivamente 64 veces.

Con objeto de simplificar el cálculo, podemos dividir estos 64 factores en seis grupos de diez doses y uno de cuatro doses. La multiplicación sucesiva de diez doses, como es fácil comprobar, es igual a 1.024 y la de cuatro doses es de 16. Por lo tanto, el resultado que buscamos es equivalente a:

1.024 x 1.024 x 1.024 x 1.024 x 1.024 x 1.024 x 16.

Multiplicando 1.024 x 1.024 obtenemos 1.048.576.

Ahora nos queda por hallar:

1.048.576 x 1.048.576 x 1.048.576 x 16.

Restando de¡ resultado una unidad, obtendremos el número de granos buscado:

18.446.744.073.709.551.615.

Para hacernos una idea de la inmensidad de esta cifra gigante, calculemos aproximadamente la magnitud del granero capaz de almacenar semejante cantidad de trigo. Es sabido que un metro cúbico de trigo contiene cerca de 15 millones de granos. En ese caso, la recompensa del inventor del ajedrez deberá ocupar un volumen aproximado de 12.000.000.000.000 m3, 0 lo que es lo mismo, 12.000 km3. Si el granero tuviera 4 m de alto y 10 m de ancho, su longitud habría de ser de 300.000.000 de km, o sea, el doble de la distancia que separa la Tierra del Sol.

El rey hindú, naturalmente, no pudo entregar semejante recompensa. Sin embargo, de haber estado fuerte en matemáticas, hubiera podido librarse de esta deuda tan gravosa. Para ello le habría bastado simplemente proponer a Seta que él mismo contara, grano a grano, el trigo que le correspondía.

Efectivamente, si Seta, puesto a contar, hubiera trabajado noche y día, contando un grano por segundo, habría contado en el primer día 86.400 granos. Para contar un millón de granos hubiera necesitado, como mínimo, diez días de continuo trabajo. Un metro cúbico de trigo lo hubiera contado aproximadamente en medio año, lo que supondría un total de cinco cuartos. Haciendo esto sin interrupción durante diez años, hubiera contado cien cuartos como máximo, por mucho que se esforzase.

Por consiguiente, aunque Seta hubiera consagrado el resto de su vida a contar los granos de trigo que le correspondían, habría recibido sólo una parte ínfima de la recompensa exigida.

**REP RAPIDA DE LAS PLANTEAS Y LOS ANIMALES**

Haciendo un cálculo semejante, no sobre la amapola, sino sobre cualquier otra planta que produzca semillas en menor número, obtendríamos resultados parecidos, con la única diferencia de que su descendencia cubriría toda la superficie terrestre, no en cinco años, sino en un plazo algo mayor.

Tomemos, por ejemplo, un diente de león, que produce aproximadamente cada año 10 semillas. Si todas ellas crecieran, obtendríamos:

En un año 1 planta

2 años 100 plantas

3 años 10.000 plantas

4 años 1.000.000 plantas

5 años 100.000.000 plantas

6 años 10.000.000.000 plantas

7 años 1.000.000.000.000 plantas

8 años 100.000.000.000.000 plantas

9 años 10.000.000.000.000.000 plantas

Este número de plantas es setenta veces superior al número de metros cuadrados de tierra firme que existen en el globo terrestre.

Por consiguiente, al noveno año, los continentes de la Tierra quedarían totalmente cubiertos de dientes de león, habiendo setenta plantas en cada metro cuadrado.

¿-,Por qué, en la realidad, no se da una reproducción tan rápida y abundante? Se debe a que la inmensa mayoría de las semillas mueren sin germinar, bien porque al iniciarse el crecimiento son ahogadas por otra planta, o bien, finalmente, porque son destruidas por los animales. Pero si la destrucción en masa de semillas y retoños no se verificara, cada planta, en un período de- tiempo relativamente breve, cubriría completamente nuestro planeta.

Este fenómeno ocurre no sólo con las plantas, sino también con los animales. De no interrumpir la muerte su multiplicación, la descendencia de una pareja cualquiera de animales, tarde o temprano ocuparía toda la Tierra. Una plaga de langosta, que cubre totalmente espacios enormes, puede servirnos de ejemplo para dar una idea de lo que ocurriría si la muerte no obstaculizara el proceso de reproducción de, los seres vivos. En el curso de unos dos o tres decenios, todos los continentes se cubrirían de bosques y estepas intransitables abarrotados de millones de animales, luchando entre sí para conseguir sitio. El océano se llenaría de peces en tal cantidad que se haría imposible la navegación marítima. El aire perdería casi totalmente su transparencia debido al inmenso número de pájaros e insectos.

Examinemos, a modo de ejemplo, la rapidez con que se multiplica la mosca doméstica por todos conocida. Aceptemos que cada mosca deposita ciento veinte huevecillos y que durante el verano tienen tiempo de aparecer siete generaciones, en cada una de las cuales la mitad son machos y la mitad hembras. Supongamos que la mosca en cuestión deposita por primera vez los huevos el 15 de abril y que cada hembra, en veinte días, crece lo suficiente para poder ella misma depositar nuevos huevos. En ese caso, la reproducción se desarrollará en la forma siguiente:

15 de abril: cada hembra deposita 120 huevos; a comienzos de mayo nacen 120 moscas, de las cuales 60 son hembras.

5 de mayo: cada hembra deposita 120 huevos; a mediados de mayo aparecen 60 x 120 = 7.200 moscas, de las cuales 3.600 son hembras.

25 de mayo: cada una de las 3.600 hembras deposita 120 huevos; a comienzos de junio nacen 3.600 x 120 = 432.000 moscas, de las cuales la mitad, 216.000, son hembras.

14 de junio: las 216.000 hembras depositan 120 huevos cada una; a finales de junio habrá 25.920.000 moscas, entre ellas 12.960.000 son hembras.

5 de julio: cada una de esas 12.960.000 hembras deposita 120 huevos; en julio nacen 1.555.200.000 moscas más, de las que 777.600.000 son hembras.

25 de julio: nacen 93.213.000.000 moscas, de ellas 46.656.000.000 son hembras.

13 de agosto: nacen 5.598.720.000.000 moscas, de las cuales 2.799.360.000.000 son hembras.

1 de septiembre: nacen 355.923.200.000.000 moscas.

Para comprender mejor lo que supone esta enorme cantidad de moscas, todas procedentes de una sola pareja, si la reproducción se verifica sin impedimento alguno durante un verano, imaginemos que todas ellas están dispuestas en línea recta, una junto a la otra. Midiendo una mosca, por término medio, 5 mm, todas ellas, colocadas una tras otra, formarán una fila de 2.500 millones de km, o sea, una distancia dieciocho veces mayor que la que separa la Tierra del Sol (aproximadamente como de la Tierra al planeta Urano).

Como conclusión, citemos algunos casos reales de multiplicación extraordinariamente rápida de animales, en condiciones favorables.

Al principio, en América no 'existían gorriones. Este pájaro, tan corriente entre nosotros, fue llevado a los Estados Unidos con el fin de exterminar allí los insectos nocivos. Los gorriones, como sabemos, comen en abundancia orugas voraces y otros insectos destructores de plantas en huertos y jardines. El nuevo ambiente fue del agrado de los gorriones; en América no había, por aquel entonces, aves de rapiña que se alimentaran de gorriones y, por lo tanto, éstos comenzaron a reproducirse con gran rapidez. Al poco tiempo, el número de insectos nocivos decreció notoriamente. Pero los gorriones se multiplicaron en tal forma que ante la escasez de alimento animal, comenzaron a comer vegetales y a devastar los sembrados. Hubo, pues, necesidad de emprender la lucha contra los gorriones. Esta lucha costó tan cara a los norteamericanos que se promulgó una ley prohibiendo la importación futura a dicho país de cualquier especie de animales.

Otro ejemplo. En Australia no existían conejos cuando ese continente fue descubierto por los europeos. Llevaron allí el conejo a finales del siglo XVIII, y como en ese país no había animales carnívoros que se alimentasen de conejos, el proceso de reproducción de estos roedores se desarrolló a ritmo rapidísimo. Poco tiempo después, los conejos, en masas enormes, habían invadido toda Australia, ocasionando terribles daños a la agricultura y convirtiéndose en una verdadera plaga para el país. En la lucha contra ese azote de la agricultura se emplearon colosales recursos y sólo gracias a medidas enérgicas se llegó a contrarrestar esa desgracia. Un caso semejante se repitió más tarde en California.

La tercera historia que deseo relatar y que sirve de enseñanza, ocurrió en la isla de Jamaica. En esa isla había serpientes venenosas en gran abundancia. Para librarse de ellas se decidió llevar a la isla el pájaro serpentaria, destructor furibundo de serpientes venenosas. En efecto, poco tiempo después, el número de serpientes había disminuido considerablemente. En cambio, se multiplicaron de manera extraordinaria las ratas de campo, que antes eran devoradas por las serpientes. Las ratas ocasionaron daños tan terribles en las plantaciones de caña de azúcar que los habitantes del país se vieron obligados a buscar urgentemente la forma de exterminarlas. Es sabido que el mundo indio es enemigo de las ratas. Se tomó la decisión de llevar a la isla cuatro parejas de estos animales y de permitir su libre reproducción. Los mungos se adaptaron perfectamente a la nueva patria y pronto poblaron toda la isla. Al cabo de unos diez años, casi todas las ratas habían sido exterminadas. Pero entonces surgió una nueva tragedia: los mungos, al carecer de ratas, comenzaron a alimentarse de cuantos animales hallaban a su alcance, devorando cachorros, cabritillas, cerditos, aves domésticas y sus huevos. Al aumentar en número, empezaron a devastar los huertos, los sembrados y las plantaciones. Los habitantes iniciaron una campaña de exterminio de sus recientes aliados; sin embargo, consiguieron limitar únicamente en cierto grado los daños ocasionados por los mungos.

**JUGO CON MONEDAS**

-¿Cuántos cambios de lugar has hecho? -preguntó mi hermano, aprobando mi trabajo.

-No los he contado.

-Vamos a comprobarlo. Es interesante saber de qué modo es posible alcanzar el fin propuesto efectuando el mínimo de permutaciones. Si la pila constara de dos monedas y no de cinco, una de 1,5 y otra de 10 cm, ¿cuántos cambios hubieras necesitado hacer?

-Tres: la de 1 cm al plato del centro, la de 1,5 al tercero y después la de 1 al tercero.

-Perfectamente. Ahora aumentemos una moneda de 2 cm, y contemos los cambios que se requieren para trasladar una pila compuesta de este número de monedas. Procedamos de la manera siguiente: primero, pasemos sucesivamente las dos monedas menores al plato intermedio. Para ello es preciso, como ya sabemos, efectuar tres cambios. Después, pasemos la de 2 cm al tercer plato vacío; un cambio más. Seguidamente, traslademos las dos monedas que se hallan en el plato intermedio al tercero, o sea, tres cambios más.

En resumen hemos hecho: 3 + 1 + 3 = 7 cambios.

-Para el caso de cuatro monedas, permíteme a mí calcular el número de cambios que se requieren.

Primero paso las tres monedas menores al plato intermedio, lo que supone siete cambios; después la de 4 cm la coloco en el tercero -un cambio más- y seguidamente trasladó las tres monedas menores al tercer plato; o sea, siete cambios más. En total:

7 + 1 + 7 = 15.

-Magnífico. ¿Y para 5 monedas?

Dije en el acto: 15 + 1 + 15 = 31.

-Exactamente, veo que has comprendido perfectamente el método de cálculo. Sin embargo, te voy a mostrar un método todavía más sencillo. Fíjate en que los números obtenidos, 3, 7, 15 y 31 son todos múltiples de dos a los que se ha restado una unidad. Mira.

Y mi hermano escribió la siguiente tabla:

3= 2 x 2 - 1

7= 2 x 2 x 2 – 1

15=2 x 2 x 2 x 2-1

31= 2 x 2 x 2 x 2 x 2 – 1

-Comprendido: hay que tomar la cifra 2 como factor tantas veces como monedas se deben cambiar y después restar una unidad. Ahora, yo mismo puedo calcular el número de cambios necesarios para una pila de cualquier cantidad de monedas. Por ejemplo, para siete:

2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 - 1 128 - 1 = 127.

-Veo que has comprendido este antiguo juego. Sólo necesitas conocer una regla práctica más: si la pila tiene un número impar de monedas, la primera hay que trasladarla al tercer plato; si es par, entonces hay que pasarla primero al plato intermedio.

-Acabas de decir que es un juego antiguo. ¿Acaso no lo has inventado tú?

-No; yo solamente lo he aplicado. Este juego es antiquísimo y dicen que procede de la India. Existe una interesante leyenda acerca del mismo. En la ciudad de Benarés hay un templo,, en el cual, según cuenta la leyenda, el dios hindú Brahma, al crear el mundo, puso verticalmente tres palitos de diamantes, colocando en uno de ellos 64 anillos de oro: el más grande, en la parte inferior, y los demás por orden de tamaño uno encima del otro. Los sacerdotes del templo debían, trabajando noche y día sin descanso, trasladar todos los anillos de un palito a otro, utilizando el tercero como auxiliar, y observando las reglas de nuestro juego, o sea, cambiar cada vez sólo un anillo y no colocar un anillo de mayor diámetro sobre otro de menor. La leyenda dice que cuando los 64 anillos estuvieran trasladados llegaría el final del mundo.

-¡Oh!, esto significa, si diéramos crédito a esa leyenda, que el mundo hace ya tiempo que no existiría.

-¡Tú crees, al parecer, que el traslado de los 64 anillos no exige mucho tiempo!

-Naturalmente. Realizando un cambio cada segundo, en una hora pueden hacerse 3.600 traslados.

-¿Bueno y qué?

-Pues que en un día se harían cerca de cien mil. En diez días, un millón. Pienso que un millón de cambios es suficiente para cambiar incluso mil anillos.

-Te equivocas. Para trasladar los 64 anillos se necesitan 500.000 millones de años, en números redondos.

-¿Pero, por qué? El motivo de cambios es igual a la multiplicación sucesiva de 64 doses menos una unidad, y esto supone... Espera, ahora lo calculo.

-Perfectamente. Mientras tú verificas el cálculo, tengo tiempo de ir a resolver mis asuntos.

Marchóse mi hermano dejándome sumido en mis cálculos. Primero hice el producto de 16 doses, el resultado -65.536- lo multipliqué por sí mismo, y el número así obtenido lo volví a multiplicar por sí mismo. Por fin, no me olvidé de restar una unidad.

Obtuve el número siguiente:

18.446.744.073.709.551.615.

Evidentemente, mi hermano tenía razón.