1) Sea la función real $f(x) = -a \cdot \log_b(x+1)$, con **a** un número real distinto de cero y **b** un número real positivo y distinto de 1. Entonces, **siempre** es verdadero que

A) el dominio de f es el intervalo $]0, +\infty[$.
B) el recorrido de f son todos los reales.
C) si $b > 1$, entonces la función es creciente.
D) si $a < 0$, entonces la función es decreciente.
E) si $a < 0$ y $0 < b < 1$, entonces la función es creciente.

$f(x) = -a \cdot \log_b(x+1)$

del enunciado

$a \in \mathbb{R} - \{0\}$

$b > 1$

- en la función $(-a)$ puede ser positivo o negativo

- b puede ser racional menor a 1

A) no, ya que, en el argumento esta $(x+1)$ por lo que tiene un desplazamiento hacia la izquierda, sin importar a y b

1) Sea la función real $f(x) = -a \cdot \log_b(x+1)$, con **a** un número real distinto de cero y **b** un número real positivo y distinto de 1. Entonces, **siempre** es verdadero que

A) el dominio de f es el intervalo $]0, +\infty[$.
B) el recorrido de f son todos los reales.
C) si $b > 1$, entonces la función es creciente.
D) si $a < 0$, entonces la función es decreciente.
E) si $a < 0$ y $0 < b < 1$, entonces la función es creciente.

Correcta

B) Sí, ya que, sin importar los desplazamientos y si la función crece o decrece.

C) Una base mayor a uno nos indica que la función es creciente, pero como $(-a)$ puede ser negativo puede transformarla en decreciente

D) Si $a<0$, $(-a)$ es positiva, por lo que no afecta la monotonía de la función, pero b puede ser mayor a 1, de ser así f(x) sería creciente.

1) Sea la función real $f(x) = -a \cdot \log_b (x + 1)$, con $\boldsymbol{a}$ un número real distinto de cero y $\boldsymbol{b}$ un número real positivo y distinto de 1. Entonces, **siempre** es verdadero que

A) el dominio de f es el intervalo $]0, +\infty[$.
B) el recorrido de f son todos los reales.
C) si $b > 1$, entonces la función es creciente.
D) si $a < 0$, entonces la función es decreciente.
E) si $a < 0$ y $0 < b < 1$, entonces la función es creciente.

E) esta alternativa nos dice que f(x) podría ser

$$f(x) = -(-2) \cdot \log_{\frac{1}{2}} (x+1)$$

$$f(x) = 2 \cdot \log_{\frac{1}{2}} (x+1)$$

el 2 al ser positivo mantiene la monotonía de la función.

$\log_{\frac{1}{2}}(x+1)$ es decreciente, ya que la base es $0 < \underbrace{\tfrac{1}{2}} < 1$

2) Si $g(x) = \log_2 x$ es una función real, entonces la expresión $(g(32) - g(16))$ es igual a

A) 1
B) 4
C) 8
D) 16
E) ninguno de los valores anteriores.

$$g(32) = \log_2 32 = 5 \qquad 2^5 = 32$$

$$g(16) = \log_2 16 = 4 \qquad 2^4 = 16$$

$$(g(32) - g(16))$$

$$(5 - 4)$$

$$1 \;//.$$

correta

A

3) Según la función real $f(x) = \log_3 x + 1$, ¿cuál es el valor de $f\left(\frac{1}{9}\right) \cdot f(27)$?

A) – 4
B) – 2
C) 2
D) 3
E) 6

Importante: el +1 no pertenece al argumento, para que pertenezca debe ser $\log_3 (x+1)$.

$$f\left(\frac{1}{9}\right) = \log_3 \frac{1}{9} + 1$$
$$= -2 + 1$$
$$= -1$$

$$f(27) = \log_3 27 + 1$$
$$= 3 + 1$$
$$= 4$$

Finalmente

$$f\left(\frac{1}{9}\right) \cdot f(27)$$
$$-1 \cdot 4$$
$$-4 \;//$$

correcta A

4) Si $f(x) = \log_4 x$ es una función real, entonces $(f(1) - f(256))$ es igual a

A) – 1.020
B) – 64
C) – 4
D) 0
E) 4

$f(1) = \log_4 1 = 0$

$f(256) = \log_4 256 = 4$

$4^4 = 256$

$(f(1) - f(256))$

$(0 - 4)$

-4 //.

Correcta

C

5) Sea la función $f(x) = \log x$, con $\boldsymbol{x}$ un número real positivo. ¿Para qué valor(es) de $\boldsymbol{a}$ se cumple la igualdad $f(2a + 1) = f(1 - 10a) - f(5)$?

A) $\frac{-5}{12}$

B) $\frac{-1}{5}$

C) $\frac{-1}{10}$ y $\frac{1}{10}$

D) $\frac{1}{10}$

E) Para ningún valor real de $\boldsymbol{a}$.

$$f(2a+1) = f(1-10a) - f(5)$$

$$\log(2a+1) = \log(1-10a) - \log 5$$

división de log

$$\log(2a+1) = \log\frac{1-10a}{5}$$

logaritmos iguales, Argumentos iguales

Resolvemos →

$$2a+1 = \frac{1-10a}{5}$$

$$5(2a+1) = 1-10a$$

$$10a + 5 = 1-10a$$

$$10a + 10a = 1 - 5$$

$$20a = -4$$

$$a = \frac{-4}{20} \Rightarrow a = \frac{-1}{5}$$

Correcta

B

6) Sea la función real $f(x) = \log_{11} x + \log 100$. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) $f(11) = 3$ ✓
II) El dominio de f son los reales positivos. ✓
III) 4 pertenece al recorrido de f. ✓

A) Solo I B) Solo II C) Solo III D) Solo II y III E) I, II y III

correcta

$$f(x) = \log_{11} x + \log 100$$

$$\boxed{f(x) = \log_{11} x + 2}$$

I) $f(11) = \log_{11} 11 + 2$

$f(11) = 1 + 2$

$f(11) = 3$ ✓ $3 = 3$

II) la función no tiene translaciones horizontales, por lo que el dominio no cambia.

III) $4 = \log_{11} x + 2$

$2 = \log_{11} x \quad / \exp$

$11^2 = 11^{\log_{11} x}$

$121 = x$

$\Rightarrow f(121) = \log_{11} 121 + 2$

$f(121) = 2 + 2$

$\therefore$ 4 pertenece al recorrido

7) Según la función real $f(x) = \log_2 (x + 1)$, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) $f\left(\frac{-1}{2}\right) = -1$ ✓

II) La gráfica de la función no intersecta al eje de las ordenadas. ✗

III) La gráfica de la función es creciente. ✓

A) Solo I B) Solo III C) Solo I y II D) Solo I y III E) I, II y III

Correcta D

I) $f\left(\frac{-1}{2}\right) = \log_2\left(-\frac{1}{2}+1\right)$

$= \log_2\left(\frac{1}{2}\right)$

$= -1$

II) Eje de las ordenadas = Eje Y

Este eje se intersecta cuando $x = 0$

evaluamos → $f(0) = \log_2(0+1)$

$f(0) = \log_2 1$

$f(0) = 0$ → $\therefore$ Si intersecta en el $(0, 0)$

III) La base del logaritmo es mayor a 1, y ningún número multiplica al logaritmo, por lo que es creciente

8) Sea la función $f(x) = \log_4 x$, definida en los reales positivos. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) $f(0{,}25) = -1$ ✓
II) El gráfico de la función intersecta al eje de las abscisas en (1, 0). ✓
III) El recorrido de la función es el conjunto IR.

A) Solo I B) Solo I y II C) Solo I y III D) Solo II y III E) I, II y III

$0{,}25 = \frac{1}{4}$

I) $f\left(\frac{1}{4}\right) = \log_4 \frac{1}{4}$

$f\left(\frac{1}{4}\right) = -1$ ✓

II) $(x, y) = (1, 0)$

veremos si el punto pertenece

$f(1) = \log_4 1$

$= 0$ ✓

III) El recorrido es $\mathbb{R}$ ya que, la función puede tomar valores positivos, negativos y el cero //.

Correta

E

9) Sean las funciones reales $f(x) = \log x$ y $g(x) = x^2$. ¿Cuál es el dominio de la función real $h(x) = f(g(x))$?

A) IR^+
B) $IR^+ - \{1\}$
C) $IR - \{0\}$
D) $IR - \{-1, 1\}$
E) $IR - \{-1, 0, 1\}$

$$h(x) = f(g(x))$$

$$h(x) = f(x^2)$$

$$h(x) = \log x^2$$

$$h(x) = 2\log x$$

Recordemos que en el argumento debe ser $x > 0$, y el 2 no afecta al Dom. de la función. Así, el Dom. sería $\mathbb{R} - \{0\}$

Correcta

C

10) Sea la función $f(x) = \log_a (ax) + \log_{\frac{1}{a}} x$, con ***a*** un número real positivo distinto de 1. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) correcta(s)?

I) f solo está definida en los reales positivos.
II) f es creciente para x > 1.
III) f(x) = – f(x) para todo x > 0

A) Solo I B) Solo II C) Solo III D) Solo I y II E) I, II y III

$$f(x) = \log_a a + \log_a x + \log_{\frac{1}{a}} x$$

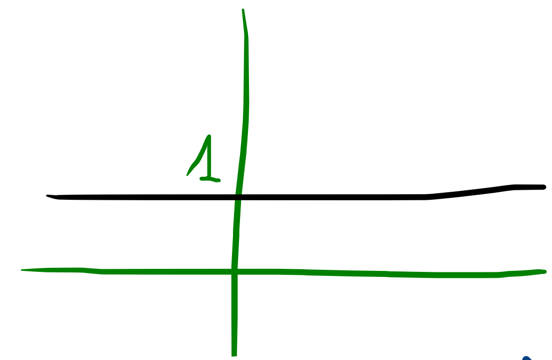
$$f(x) = 1 + \log_a x + \log_{\frac{1}{a}} x$$

$$f(x) = 1 + \log_a x + \frac{\log_a x}{\log_a \frac{1}{a}}$$

$$f(x) = 1 + \log_a x + \frac{\log_a x}{-1}$$

$$f(x) = 1 + \log_a x - \log_a x \Rightarrow f(x) = 1$$

∴ la función es constante



I) Sí, ya que, $f(x) = 1$ //

II) La función es constante

III) $f(x) = -f(x)$

$1 = -1$ X

11) Se puede determinar que la función $f(x) = \log(a^x)$ es creciente, si:

(1) x es mayor que cero.
(2) $\log a$ es mayor que cero.

A) (1) por sí sola.
B) (2) por sí sola.
C) Ambas juntas, (1) y (2).
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2).
E) Se requiere información adicional.

$$f(x) = \log a^x$$

$$f(x) = x \log a$$

$$f(x) = \underbrace{(\log a)}_{\text{pendiente}} x$$

función lineal

Con (1)

$x > 0$, no basta saber eso, debemos saber el valor la pendiente

Correcta B

Con (2)

Si $\log a$ es positivo, puede ser por ejemplo $\log a = 2$ lo cual quedaría $f(x) = 2x$ la cual es creciente

12) Sea la función real $g(x) = \log\left(\frac{x+b}{b}\right)$, con $\boldsymbol{x}$ y $\boldsymbol{b}$ números reales positivos. Es posible determinar el valor numérico de $g(a)$, si:

(1) $a + b = 200$

(2) $\frac{a}{b} = 99$

A) (1) por sí sola. ✗
B) (2) por sí sola.
C) Ambas juntas, (1) y (2).
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2). ✗
E) Se requiere información adicional.

$$g(x) = \log\left(\frac{x+b}{b}\right)$$

$$g(x) = \log(x+b) - \log b \quad (*)$$

Con (1)

$$a+b=200$$

$$a=200-b$$

$$g(x) = \log(200-b+b) - \log b \quad (*)$$

$$= \log 200 - \log b$$

$$= \log 2 \cdot 100 - \log b$$

$$= \log 2 + \log 100 - \log b$$

$$= \log 2 + 2 - \log b$$

No sabemos el valor de b

Con (2)

$$\frac{a}{b} = 99$$

$$a = 99b$$

$$g(a) = \log(99b+b) - \log b$$

$$g(a) = \log 100b - \log b$$

$$g(a) = \log \frac{100\cancel{b}}{\cancel{b}}$$

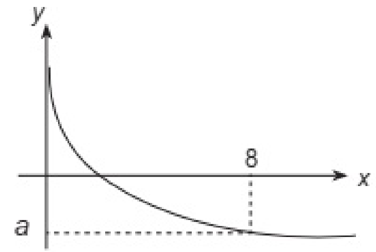
$$g(a) = \log 100$$

$$g(a) = 2$$

correcta

B

13) En la figura adjunta se muestra la gráfica asociada a la función $f(x) = \log_4 \frac{1}{x}$, con x un número real positivo. El valor de a es



A) -3

B) -2

C) $\frac{-3}{2}$

D) $\frac{-2}{3}$

E) $\frac{-1}{2}$

$f(8) = a$

la grafica nos muestra el punto $(8, a)$

Por lo tanto debemos evaluar $f(8)$

$f(8) = \log_4 \frac{1}{8}$

$f(8) = \log_4 \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}$

$f(8) = \log_4 \frac{1}{4} + \log_4 \frac{1}{2}$

$-1 + \log \sqrt{\frac{1}{4}}$

$-1 + \frac{1}{2} \log_4 \frac{1}{4}$

$-1 + \frac{1}{2} \cdot -1$

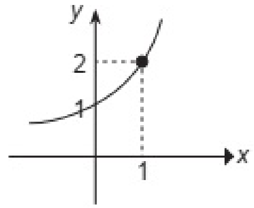
$-1 - \frac{1}{2}$

$-\frac{3}{2}$ //

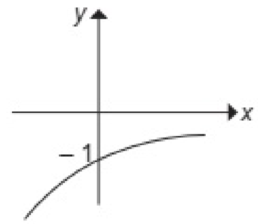
correcta C //

14) ¿Cuál de los siguientes gráficos representa **mejor** a la función real $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$?

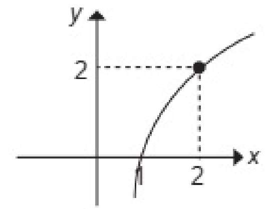
A)



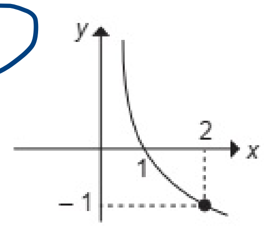
B)



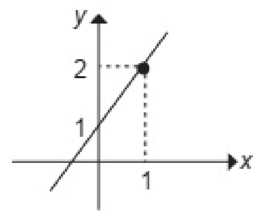
C)



D)



~~E)~~



→ la descartamos por ser lineal

del enunciado

$f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$

como la base es menor de 1, la función es decreciente

→ Por lo tanto la única decreciente es la d)

Comprobamos

$f(2) = \log_{\frac{1}{2}} 2$

$= -1$ //.

15) Con respecto a la función real $f(x) = \log_a (3x)$, con $a > 0$ y $a \neq 1$, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) **siempre** verdadera(s)?

I) Su representación gráfica es asintótica al eje de las ordenadas.
II) Si $a < 1$, es una función decreciente.
III) El punto (1, 0) pertenece al gráfico asociado a la función.

A) Solo I B) Solo II C) Solo I y II D) Solo I y III E) Solo II y III

$$f(x) = \log_a 3x$$
$$= \log_a 3 + \log_a x$$

I) la función al no tener traslaciones horizontales la asintota es el eje Y

II) Si $a < 1$, la función puede ser $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} 3x$ es decreciente por la base.

III) si $f(1) = \log_a 3 = 0$

$a^0 = 3$ X

lo cual no puede ser por lo tanto el punto (1, 0) no pertene al gráfico

Correcta

C

16) La cantidad de individuos de una especie de hongo aumenta de tal manera que cada minuto hay un 10% más de individuos que en el minuto anterior. Si en una muestra inicialmente había 50 individuos y luego de *t* minutos había *x* individuos, la función que representa a *t* en términos de *x* es

A) $t(x) = 50 \cdot (1{,}1)^x$

B) $t(x) = (5{,}5)^x$

C) $t(x) = \log\left(\dfrac{x}{5{,}5}\right)$

D) $t(x) = \dfrac{\log x}{\log (5{,}5)}$

E) $t(x) = \dfrac{\log\left(\dfrac{x}{50}\right)}{\log (1{,}1)}$

Correcta

E

Minutos	hongos
0	50
1	$50 \cdot 1{,}1$
2	$50 \cdot 1{,}1^2$
3	$50 \cdot 1{,}1^3$

hongos o individuos ← $f(x) = 50 \cdot 1{,}1^x$ → minutos

Luego

$$x = 50 \cdot 1{,}1^t$$

tenemos que despejar t

$$\frac{x}{50} = 1{,}1^t \quad / \log$$

$$\log \frac{x}{50} = \log 1{,}1^t$$

$$\log \frac{x}{50} = t \log 1{,}1$$

$$\frac{\log \frac{x}{50}}{\log 1{,}1} = t$$

∴ t representado en terminos de x es Así

17) Es de saber común que la exposición a altos volúmenes de sonido puede ser perjudicial para la salud; de hecho, si la intensidad sobrepasa los 120 decibeles (dB), se expone al "umbral del dolor" y es recomendable usar protectores para los oídos. La medición del volumen del sonido tiene un comportamiento logarítmico y está dada por la función $v(i) = 10 \cdot \log\left(\frac{i}{10^{-12}}\right)$, donde i es la intensidad del sonido medida en watt por metro cuadrado, y $v(i)$ es el nivel de la intensidad del sonido en función de la intensidad del sonido, medido en dB. Respecto a la información anterior, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) La función v es decreciente.
II) Un sonido de 50 dB tiene una intensidad, en watt por metro cuadrado, 100 veces mayor que uno de 30 dB.
III) Un sonido que tiene una intensidad de 10^{-3} watt por metro cuadrado tiene un nivel de intensidad de 90 dB.

A) Solo I
B) Solo III
C) Solo I y II
D) Solo II y III
E) I, II y III

del enunciado

intensidad del sonido

$$V(i) = 10 \cdot \log\left(\frac{i}{10^{-12}}\right)$$

watt

nivel de la intensidad del sonido medido en dB

I) NO, ya que la base de nuestro logaritmo, es 10 y al logaritmo lo multiplica un número positivo por lo que no cambia la monotonía

II)
$$50 = 10 \cdot \log \frac{x}{10^{-12}}$$
$$\frac{50}{10} = \log \frac{x}{10^{-12}}$$
$$5 = \log x + 12$$
$$-7 = \log x$$
$$x = 10^{-7}$$

$$30 = 10 \cdot \log \frac{x}{10^{-12}}$$
$$\frac{30}{10} = \log x + 12$$
$$3 - 12 = \log x$$
$$-9 = \log x$$
$$x = 10^{-9}$$

Por lo tanto

Sonido	Intensidad
50 dB	10^{-7}
30 dB	10^{-9}

$10^{-9} \cdot 100 = 10^{-7}$

por lo tanto 10^{-7} si es 100 mayor que 10^{-9}

III) $V(i) = 10 \cdot \log \frac{10^{-3}}{10^{-12}}$

$-3-(-12)$

$-3+12$

9

$V(i) = 10 \cdot \log 10^{9}$

$V(i) = 10 \cdot 9 \cdot \log 10$

$V(i) = 10 \cdot 9 \cdot 1$

$V(i) = 90$

Correcta

D

18) Si $\log_4 x + 2 = \log_4 64$, entonces el valor de $\boldsymbol{x}$ es igual a

A) 62

B) 32

C) 4

D) 1

E) $\frac{1}{4}$

$$\log_4 x + 2 = \log_4 64$$

$$\log_4 x + 2 = 3$$

$$\log_4 x = 3 - 2$$

$$\log_4 x = 1$$

$$x = 4$$

Correcta

C

19) La solución de la ecuación $\log_5 (x-4) + \log_5 x = 1$ es

A) -5

B) -1

C) $\frac{-2}{3}$

D) 1

E) 5

$$\log_5 (x-4) + \log_5 x = 1$$

$$\log_5 x(x-4) = 1$$

$$\log_5 x(x-4) = \log_5 5$$

$$x(x-4) = 5$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$(x-5)(x+1) = 0$$

$$\left.\begin{array}{l} x_1 = 5 \\ x_2 = -1 \end{array}\right\}$$

x_2 no sirve ya que el argumento no puede ser negativo

x_1 es la solución

Correcta

E

20) En la igualdad log x + 1 = log 4, el valor de $\boldsymbol{x}$ es

A) – 6

B) $\frac{2}{5}$

C) 3

D) 40

E) $\frac{1}{4}$

$$\log X + 1 = \log 4$$

$$\log X + \log 10 = \log 4$$

$$\log 10X = \log 4$$

$$10X = 4$$

$$X = \frac{4}{10}$$

$$X = \frac{2}{5}$$

Correcta

B

21) Sean f y g dos funciones reales tales que $f(x) = 2 \cdot \log x$ y $g(x) = \log\left(\frac{x}{10}\right) + 3$. ¿Para que valor de $\boldsymbol{x}$ se cumple que $f(x) = g(x)$?

A) 0
B) 0,1
C) 10
D) 100
E) 1.000

$$f(x) = g(x)$$

$$2 \cdot \log x = \log\left(\frac{x}{10}\right) + 3$$

$$\log x^2 = \log \frac{x}{10} + \log 1000$$

$$\log x^2 = \log \frac{100\cancel{0}x}{1\cancel{0}}$$

$$\log x^2 = \log 100x$$

$$x^2 = 100x$$

$$x = 100$$

logaritmos iguales

⇓

Argumentos iguales

$$\log \frac{3x}{10}$$

$$\log 3 \cdot \frac{x}{10}$$

$$\log 3 + \log \frac{x}{10}$$

Correcta

D

Si $\log\left(\frac{1}{1-x}\right) = 2$, entonces el valor de $100x$ es

A) -99

B) $\frac{-101}{100}$

C) $\frac{-99}{100}$

D) $\frac{99}{100}$

E) 99

$$\log\left(\frac{1}{1-x}\right) = 2$$

$$\log(1-x)^{-1} = \log 100$$

$$(1-x)^{-1} = 100$$

$$\frac{1}{1-x} = 100$$

$$1 = 100 - 100x$$

$$-99 = -100x$$

$$99 = 100x$$

$$\frac{99}{100} = x \Rightarrow \frac{99}{\cancel{100}} \cdot \cancel{100}$$

Correcta

E

23) En la ecuación log 2 + log 4 + log x = log 6, el valor de $\boldsymbol{x}$ es

A) 0

B) $\frac{1}{10}$

C) $\frac{3}{4}$

D) 1

E) 12

$$\log 2 + \log 4 + \log X = \log 6$$

$$\log 2 \cdot 4 \cdot X = \log 6$$

$$\log 8X = \log 6$$

$$8X = 6$$

$$X = \frac{6}{8}$$

$$X = \frac{3}{4}$$

Carecta

C

24) Si $\log_3 (2x + 1) - 3 = \log_3 (7x - 3) - 1$, ¿cuál de las siguientes opciones corresponde al valor más cercano a $\boldsymbol{x}$?

A) 2,21
B) 2,01
C) 0,46
D) 2,16
E) 0,45

$$\log_3 (2x+1) - 3 = \log_3 (7x-3) - 1$$

$$\log_3 (2x+1) = \log_3 (7x-3) + 2$$

$$\log_3 \frac{(2x+1)}{(7x-3)} = 2$$

$$3^2 = \frac{2x+1}{7x-3}$$

$$9(7x-3) = 2x+1$$

$$63x - 27 = 2x + 1$$

$$61x = 28$$

$$61x = 28$$

$$x = \frac{28}{61}$$

$$28/61 = 0{,}459$$

360

550

$$\therefore 0{,}459 \approx 0{,}46$$

correcta

c

25) Si $\log\left(\frac{x}{1-x}\right) = \log\left(\frac{2}{x-1}\right)$, entonces se puede concluir que ***x***

A) es igual a 0.
B) puede tener distintos valores.
C) es igual a − 2.
D) es igual a 2.
E) no tiene valores que cumplan la igualdad.

$$\log\left(\frac{x}{1-x}\right) = \log\left(\frac{2}{x-1}\right)$$

$$\frac{x}{1-x} = \frac{2}{x-1}$$

$$x(x-1) = 2(1-x)$$

$$x^2 - x = 2 - 2x$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$(x+2)(x-1) = 0$$

$$x_1 = -2$$

$$x_2 = 1$$

con x=1 en el primer miembro de la igualdad la fraccion se indetermina.
Con x=2 en el segundo mienbro el argumento da negativo, por lo que no se puede.
Asi ninguno de los valores cumplen la igualdad.

Correcta

E

$698x = 301$

$$x = \frac{301}{698}$$

$3010 \div 698 = 0,4$

2180

$2180 : 698 =$

4 4

$698 \cdot 5$

3490

3 3

$698 \cdot 4$

2792