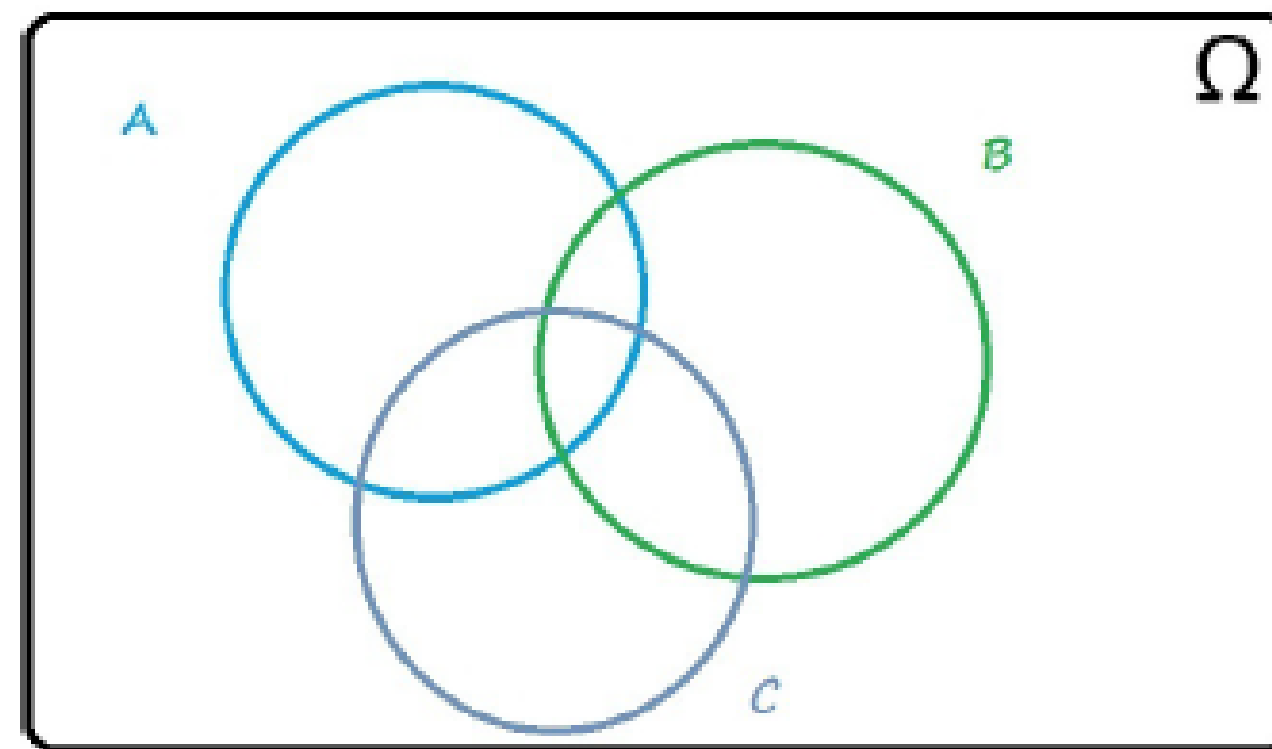


PROBABILIDADES



- El espacio muestral de un experimento, en conjunto con los eventos que se definan sobre el espacio muestral, pueden ser representados de manera gráfica usando el **Diagrama de Venn**.



Teorema

Sean los eventos A , B y C definidos sobre un espacio muestral Ω , se tienen las siguientes propiedades:

① Conmutatividad:

$$A \cup B = B \cup A \quad A \cap B = B \cap A$$

② Asociatividad:

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$



Teorema

Para cualquiera eventos A , B y C definidos sobre un espacio muestral Ω , se tienen las siguientes propiedades:

① Ley distributiva:

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

② Leyes de Morgan:

$$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$$

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$



Eventos disjuntos

Sean los eventos A y B definidos sobre el espacio muestral Ω . Decimos que A y B son **eventos disjuntos** o **eventos mutuamente excluyentes** si

$$A \cap B = \phi$$



Probabilidad

- Decimos que un evento ocurre cuando, como realización del experimento, se obtiene un resultado en el conjunto definido por el evento.
- Pero el evento está formado por uno o varios elementos...entonces, ¿cuál es la probabilidad asociada a la ocurrencia de un evento en particular?



Definición: probabilidad como frecuencia relativa

Es aplicable a cualquier situación en la que el experimento aleatorio pueda repetirse varias veces bajo las mismas condiciones iniciales. Luego, la probabilidad del evento A estará dada por:

$$P(A) = \frac{n^{\circ} \text{ de veces que ocurre el evento}}{n^{\circ} \text{ de veces que se realiza el experimento}}$$

Ejemplo

Suponga que se lanza un dado correcto 10 veces, mostrando los siguientes números: 2, 1, 4, 5, 6, 3, 2, 6, 3, 1. ¿Cuál es la probabilidad que el dado muestre un número 2?



Apliquemos lo anterior al lanzamiento de una moneda y registrar lo que se obtiene. Se define el evento A : obtener cara.

Evento	5	10	20	50	100	200	500	1000
A								
A^c								
$P(A)$								
$P(A^c)$								



Apliquemos lo anterior al lanzamiento de una moneda y registrar lo que se obtiene. Se define el evento A : obtener cara.

Evento	5	10	20	50	100	200	500	1000
A								
A^c								
$P(A)$								
$P(A^c)$								

Esta forma de calcular probabilidades se basa en que todos los posibles resultados del experimento son **equiprobables**, es decir, todos los elementos del espacio muestral tienen la misma probabilidad de salir.



Ejemplos:

- En el lanzamiento de un dado y registrar el número obtenido se tiene que: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, donde
$$P(1) = P(2) = \dots = P(6) = \frac{1}{6} = \frac{1}{\#\Omega}$$
- Si se lanza una moneda 2 veces, y se anota lo obtenido se tendrá: $\Omega = \{cc, cs, sc, ss\}$, donde
$$P(cc) = P(cs) = P(sc) = P(ss) = \frac{1}{4} = \frac{1}{\#\Omega}$$



- Se considera el experimento de extraer una bolita al azar de una urna que contiene 5 bolitas de colores. $\Omega = \{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5\}$, entonces $P(b_1) = P(b_2) = \dots = P(b_5) = \frac{1}{5} = \frac{1}{\#\Omega}$.
- Si se sabe que en la urna 3 de las bolitas son azules y 2 son verdes, $\Omega = \{\text{azul}, \text{verde}\}$, donde $P(\text{azul}) = \frac{3}{5}$ mientras que $P(\text{verde}) = \frac{2}{5}$.





Devolviéndonos al cálculo de probabilidades de un evento A en presencia de un espacio muestral equiprobable se tiene la **Regla de Laplace** que indica que:

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favorables al evento } A}{\text{número de casos posibles}}$$

En el ejemplo 2 anterior: ¿Cuál es la probabilidad que salgan 2 caras?, ¿a lo más una cara?, ¿a lo menos una cara?.

Note que la ventaja de este método sobre la prob. frecuentista que no se necesita de la realización de un experimento, ni de recoger datos.

