APUNTE ECUACIONES CUADRÁTICAS.

Debes saber…

Una Ecuación Cuadrática es aquella ecuación en la que al menos una de las incógnitas involucradas esta elevada al cuadrado, siendo la mayor potencia de ella. Así, una ecuación cuadrática será toda ecuación de la forma $ax^2 + bx + c = 0$, con $a \neq 0$ y $a, b\ y\ c$ números reales.

Una ecuación cuadrática puede estar presentada de manera completa e incompleta; de manera incompleta encontramos dos tipos:

- **i.** $\boldsymbol{ax^2 + bx}$ **= 0**
- **ii.** $\boldsymbol{ax^2 + c = 0}$

<u>i. Incompleta del tipo $\boldsymbol{ax^2 + bx}$ = 0</u>

En este caso solo se distinguen términos de grado dos y grado uno; no hay termino independiente o de grado cero. Por lo tanto ya no se puede despejar la incógnita para igualarla a un número y luego extraer la raíz cuadrada.

Para resolver:

1° Extraemos factor común x :

$$x(ax + b) = 0$$

2° Para determinar las soluciones de la ecuación cuadrática se debe aplicar la propiedad del producto igual a cero.

Si $\boldsymbol{a * b = 0}$, entonces $\boldsymbol{a = 0}$ o $\boldsymbol{b = 0}$.

3° Igualamos a cero el primer factor:

$x = 0$ Lo que quiere decir que una solución **siempre será $\boldsymbol{x = 0}$**

4° La otra solución se obtiene al resolver la ecuación de primer grado (el paréntesis) resultante de igual a cero el 2° factor $ax + b = 0$

5° Luego despejando se obtiene $\boldsymbol{x = \frac{-b}{a}}$

Observa el ejemplo: *Sea la ecuación cuadrática* $x^2 - 9x = 0$

Si factorizamos por x, tendremos que:

$$x(x - 9) = 0$$

De esta multiplicación, se tiene que o $\boldsymbol{x = 0}$ o $\boldsymbol{(x - 9) = 0}$

Luego las soluciones son $\boldsymbol{x_1 = 0}$ y $\boldsymbol{x_2 = 9}$

Resuelve las siguientes ecuaciones incompletas de la forma $ax^2 + bx$ = 0

a) $\mathrm{x}^2 - 3\mathrm{x} = 0$

b) $\boldsymbol{\frac{8x}{2x^2} = 4}$

ii. Incompleta del tipo $ax^2 + c = 0$
En este caso, solo se distinguen términos de grado dos y grado cero (o termino independiente).
Para resolver
Sea la ecuación cuadrática incompleta $2x^2 - 8 = 0$
1° despejamos x lo que nos queda: $2x^2 = 8$
Dividimos por dos: $x^2 = 4$
2° Extraemos raíz cuadrada (en la que se obtiene dos soluciones, y éstas son inversas aditivas entre ellas)
$x_1 = 2$ y $x_2 = -2$

Resuelve las siguientes ecuaciones incompletas de la forma $ax^2 + c = 0$

a) $\mathbf{3(x^2 - 5) = 2x^2 + 9}$

b) $\mathbf{x^2 - 121 = 0}$

Ecuación Cuadrática de la forma completa $ax^2 + bx + c = 0$

En este caso la ecuación posee términos de grado dos, grado uno y grado cero.
Para resolver estas ecuaciones existen dos métodos:

i) Mediante factorización
ii) Mediante la formula $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

i. Método de factorización.
En este caso, cuando la ecuación se encuentra en su forma completa $\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$**,** se identifican los valores de los coeficientes de a, b y c, y la idea de factorizar consiste en convertir la ecuación cuadrática en un producto de dos binomios. Hay que buscar dos números que se multipliquen y dé el valor de c, y que a la vez se sumen y dé el valor de b.
Ejemplo: Sea la ecuación $x^2 + 2x - 8 = 0$
1° Escribimos la factorización como la multiplicación de dos binomios

$$(x \quad)(x \quad) = 0$$

Luego buscamos dos números que al multiplicarse nos resulte (-8) y que a la vez al sumarse resulte 2. Estos números son 4 y -2. Lo que nos queda:

$$(x + 4)(x - 2) = 0$$

2° Luego la solución (o raíces) de esta ecuación corresponden a la solución de cada paréntesis:

$$(x + 4) = 0 \text{ ó } (x - 2) = 0$$

Por lo que $x_1 = -4$ y $x_2 = 2$

Resuelve los siguientes ejercicios por el método de factorización
a) $x^2 + 7x + 12 = 0$

b) $x^2 + 2x - 24 = 0$

ii. Mediante la fórmula $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

En este caso, se sustituyen los valores de a, b y c en la formula.

Ejemplo: Sea la ecuación cuadrática $2x^2 + 3x - 5 = 0$, se tiene que $a = 2, b = 3\ y\ c = -5$, sustituimos los valores en la ecuación:

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(2)(-5)}}{2 * 2}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 40}}{4}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{4}$$

$$x = \frac{-3 \pm 7}{4}$$

$$x_1 = \frac{-3+7}{4} \text{ y } x_2 = \frac{-3-7}{4}$$

Luego las soluciones son: $x_1 = 1$ y $x_2 = \frac{-5}{2}$

Resuelve las siguientes ecuaciones mediante la fórmula:

a) $x^2 - 6x + 13 = 0$

b) $4x^2 - 8x + 9 = 0$