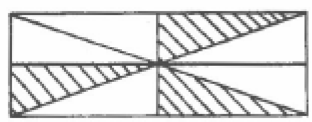
# Números Racionales

Al dividir dos números enteros, no siempre resulta otro número entero. Esto llevó a la necesidad de ampliar el conjunto Z y dar paso a un nuevo conjunto, llamado de los Números Racionales y simbolizado por Q. Este conjunto incluye a Z y IN. Su definición es:

**Q es el conjunto de los números de la forma $\frac{a}{b}$, siendo a y b números enteros, con b distinto de 0.**

Obvio que b debe ser distinto de cero, ya habíamos visto que la división por 0 no está definida.

Analicemos el elemento 3/8 perteneciente al conjunto Q
Esta fracción indica que un entero ha sido dividido en 8 partes equivalentes y que se han considerado 3 partes de ella. (Ver figura)



En la fracción 3/8 el 3 recibe el nombre de numerador y el 8 de denominador

Si efectuamos la división 3 : 8, obtenemos como resultado exactamente 0,375

3 : 8 = 0,375
0//

y los nombres al efectuar esta operación son: el 3 se llama dividendo, el 8 divisor, el 0,375 cuociente y el 0 resto.

¿Y cómo representar 5/3?. Para ello necesitamos conocer a los números mixtos.

## Número Mixto

La fracción 5/3 se puede escribir como un número mixto, o sea un número con una parte entera y otra fraccionaria.
$\frac{5}{3}=1\frac{2}{3}$, esto resulta de efectuar la división 5:3 = 1 con resto 2.

Si queremos transformar, por ejemplo, $3\frac{4}{5}$, debemos multiplicar 5•3 y sumarle 4, resultando $\frac{19}{5}$.

## Fracción propia

Son aquellas cuyo numerador en menor que el denominador. En la recta numérica se ubican entre el 0 y el 1.

Por ejemplo, 2/3; 5/7; 12/37

**Fracción impropia**

Son aquellas cuyo numerador en mayor que el denominador, por lo tanto son mayores que 1. Para ubicarlas en la recta numérica se necesita transformarlas a número mixto.

**Amplificación**

Amplificar una fracción es multiplicar su numerador y denominador por un mismo número natural. La fracción obtenida es equivalente a la original.

Ejemplo: Amplifiquemos 2/5 por 7. Entonces debemos multiplicar el numerador y el denominador por 7 quedando la fracción como 14/35. Luego 2/5 y 14/35 son fracciones equivalentes.

**Simplificación**

Simplificar una fracción es dividir el numerador y el denominador de una fracción por un mismo número natural, para lo cual el numerador y el denominador deben ser múltiplos de ese número. De lo contrario, no se puede simplificar la fracción.

Si una fracción no se puede simplificar, decimos que se trata de una **fracción irreductible**. Como ser 3/7.

Ejemplo: 30/42 la podemos simplificar por 2, por 3, por 6. Lo más conveniente es por 6 así queda de inmediato irreductible. Al simplificarla se obtiene 5/7

**Orden en Q**

Esto se refiere a establecer cuándo un elemento de Q es mayor, menor o igual que otro elemento. Aquí se nos presentan dos casos:

a) **Si los denominadores son iguales**, resulta fácil, será mayor la fracción que tenga el numerador mayor.

Por ejemplo: 8/25, 3/25, 16/25
Ordenadas de menor a mayor quedan así: 3/25 < 8/25 < 16/25

b) **Si los denominadores son distintos**, habrá que igualarlos. Primero determinamos el m.c.m. y luego se amplifica para que todos tengan el mismo denominador.

Por ejemplo, ordenar de menor a mayor 2/3, 1/6 y 5/8
El m.c.m. es 24. Amplificamos cada fracción de modo que queden con denominador 24, resultando 4/24 < 15/24 < 16/24. O sea 1/6 < 5/8 < 2/3

Otro método es el de los productos cruzados ¿Cuál fracción es menor $\frac{7}{9}$ o´ $\frac{11}{7}$?
Se efectúa el producto 7•7 = 49 y 9•11 = 99, como 49 es menor que 99, se concluye que $\frac{7}{9} < \frac{11}{7}$

## OPERATORIA EN Q

Siempre antes de operar, debemos revisar si todas las fracciones son irreductibles, si no lo son es conveniente simplificar.

**Suma y Resta:**

a) Fracciones con el mismo denominador: se suman (o restan) los numeradores y se conserva el denominador.

Ejemplo: 4/9 + 2/9 = 6/9 = 2/3

b) Fracciones con distinto denominador: lo primero es obtener fracciones equivalentes, basados en el mcm de los denominadores y luego resolver como en la situación anterior.

Ejemplo: 2/3 + 1/4 - 5/8 =

El m.c.m. entre 3, 4 y 8 es 24, por la tanto las fracciones equivalentes son:

16/24 + 6/24 - 15/24 = 37/24

Multiplicación: Para multiplicar fracciones se multiplican los numeradores entre sí y los denominadores entre sí.

Ejemplo: $\frac{3}{4} \bullet \frac{5}{7} = \frac{15}{28}$

División: Para dividir fracciones multiplicamos la primera fracción por el inverso multiplicativo de la segunda fracción.

Ejemplo: $\frac{2}{3} : \frac{3}{4} = \frac{2}{3} \bullet \frac{4}{3} = \frac{8}{9}$

Otro método para dividir fracciones es multiplicando en forma cruzada.

**Mitad de un racional**

En múltiples ocasiones hemos tenido que utilizar el término mitad. Todos tenemos claro que su significado es dividir algo en dos partes iguales, pero cuando trabajemos con fracciones, especialmente en los problemas verbales, lo anotaremos de otro modo. Veamos:

La mitad de 3/7 es 3/7 : 2, que al resolver resulta 3/7 · 1/2 = 3/14.

**MITAD: Multiplicar por un ½**

Luego, la mitad de la mitad de 7/13 es 1/2 · 1/2 · 7/13 = 7/52.

**Doble de un racional**

El doble de 5/7 es dos veces 5/7, o sea 5/7 + 5/7, pero es mucho mejor traducirlo a 5/7 · 2 = 10/7

O sea, el doble nos indica que debemos multiplicar por 2.

**DOBLE: Multiplicar por 2**

Luego el doble de 1/3 es 1/3 · 2 = 2/3

**Fracción de Fracción**

Ya estamos claros con la mitad y el doble, pero ¿qué debemos hacer si nos piden, por ejemplo, las tres cuartas partes de 2/5?

La fracción de una fracción corresponde al producto entre ellas.

Ejemplos:
1. Determinar los 6/5 de 3/7

6/5 · 3/7 = 30/21, simplificando por 3 resulta 10/7

2. Determinar los 2/3 de los 5/9 de 4/7

2/3 · 5/9 · 4/7 = 40/189

**Fracciones a decimales**

Para transformar una fracción a la forma decimal, se divide el numerador por el denominador.

Así si queremos convertir a decimal tenemos que efectuar la división 1 : 8

1 : 8 = 0,125 o sea un decimal exacto

Efectuemos ahora la transformación de a forma decimal.

2 : 3 = 0,66666...= $0,\overline{6}$ o sea un decimal periódico

Convirtamos a decimal la fracción

$1 : 6 = 0{,}166666... = 0{,}1\overline{6}$ o sea un decimal semi periódico

**Decimales a fracción**

**Decimal exacto**: La fracción resultante tiene como denominador un múltiplo de 10; dependiendo la cantidad de ceros, de los lugares después de la coma que tenga el número a transformar.

Ejemplo: 0,4 = 4/10 = 2/5

0,36 = 36/100 = 9/25

3,2 = 32/10 = 16/5

**Decimal Periódico**: La fracción resultante tiene como denominador un múltiplo de 9; dependiendo la cantidad de nueves, de los lugares después de la coma que tenga el número a transformar.

Ejemplo: $0{,}\overline{4} = 4/9$

$0{,}\overline{17} = 17/99$

Caso especial es cuando la parte entera no es cero, en ese caso se debe restar a todo el número la parte entera como lo indican los siguientes ejemplos:

$2{,}\overline{7} = (27 - 2) / 9 = 25/9$

$12{,}\overline{3} = (123 - 12) / 9 = 111/9$

Si el decimal es semiperiódico, se procede similarmente al caso anterior.

Ejemplo: $2{,}5\overline{3} = (253-25)/90 = 228/90 = 114/45 = 38/15$

## NÚMEROS IRRACIONALES

Corresponde al conjunto de los números que no pueden expresarse en forma fraccionaria, como decimales infinitos no periódicos, raíces inexactas y algunas constantes.

Ejemplo: $\sqrt{3}$, $\pi$, e

## NÚMEROS REALES

Es el conjunto determinado por la unión de los conjuntos Racionales e Irracionales.