Propiedades de las Potencias

Definición Inductiva de las Potencias

Para una base real a, que está en IR y un exponente natural n, que está en IN, se define:

$$\begin{cases} a^1 = a \\ a^{n+1} = a^n\, a \end{cases}$$

1) La potenciación es distributiva con respecto de la multiplicación

$$(ab)^n = a^n b^n$$

2) La potenciación es distributiva con respecto de la división

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Observaciones

a) La potenciación no es distributiva con respecto de la adición ni de la sustracción.

b) La potenciación no es una operación asociativa

$$(a^m)^n \neq a^{(m^n)}$$

c) La potenciación no es una operación conmutativa:

$$a^n \neq n^a ; \forall\, a, n \in IR \text{ , si } a \neq n$$

La única excepción conocida a esta regla general, con números pequeños, es: $2^4 = 4^2$

Reglas Operatorias para el Cálculo con Potencias

1) Multiplicación de potencias de igual base

Para multiplicar potencias de igual base, se conserva la base y se suman los exponentes.

$$a^m\, a^n = a^{m+n}$$

2) División de potencias de igual base

Para multiplicar potencias de igual base, se conserva la base y se restan los exponentes.

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

3) Potencia elevada a un exponente

Para elevar una potencia a un exponente, se conserva la base y se multiplican los exponentes.

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

4) Potencia de exponente cero

Toda potencia de base real no nula y exponente cero vale uno.

$$a^0 = 1$$

5) Potencia de exponente negativo

Toda potencia de exponente negativo es igual al valor recíproco de la base elevada al exponente positivo correspondiente.

$$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n \quad \forall\, a \in IR, a \neq 0$$

Signo de una potencia

a) Toda potencia de exponente par es siempre positiva.

b) Toda potencia de exponente impar conserva el signo de la base.