

RAICES DE NUMEROS REALES

La radicación es una propiedad inversa a la potenciación.

La raíz n-ésima de un número "a" es otro número "b" que elevado a "n" nos da el primero.

$$\sqrt[n]{a} = b$$

PROPIEDADES DE LAS RAÍCES

1. Suma y resta de raíces:

Solo se pueden sumar y restar raíces semejantes, o sea del mismo índice y mismo radicando:

$$\sqrt{7} + \sqrt{7} = 2\sqrt{7}$$

Como se puede comprobar, la raíz de una suma o resta no es la suma de raíces:

$$\sqrt{16+9} \neq \sqrt{16} + \sqrt{9}$$

2. Producto y división de raíces:

Solo se pueden multiplicar y dividir raíces del mismo índice:

$$\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{8 \cdot 27} = \sqrt[3]{216} = 6$$

$$\sqrt{64} : \sqrt{4} = \sqrt{64 : 4} = \sqrt{16} = 4$$

De manera inversa se puede enunciar que la raíz de un producto es el producto de raíces (lo mismo para el cociente):

$$\begin{aligned} \sqrt{16 \cdot 4} &= \sqrt{16} \cdot \sqrt{4} = 4 \cdot 2 = 8 \\ \sqrt{27} &= \sqrt{9 \cdot 3} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3} \quad (\text{Descomponer una raíz}) \end{aligned}$$

$$\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = \frac{4}{5}$$

3. Raíz de una raíz:

Para calcular la raíz de una raíz, se multiplican los índices.

$$\sqrt{\sqrt[3]{a}} = \sqrt[6]{a}$$

4. RACIONALIZAR:

"Consiste en eliminar las raíces del denominador."

Casos:

1º Que el denominador sea una raíz cuadrada: en este caso se multiplica numerador y denominador por la misma raíz.

$$\frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

2º Que el denominador no sea una raíz cuadrada: en este caso se multiplica numerador y denominador por una raíz del mismo índice que el denominador, pero con un radicando elevado a un exponente que pueda eliminar raíz del denominador.

$$\frac{5}{\sqrt[3]{2}} = \frac{5\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2^2}} = \frac{5\sqrt[3]{4}}{2}$$

3º Que el denominador sea un binomio con raíces cuadradas: en este caso debemos de multiplicar numerador y denominador por el conjugado.

$$\frac{2}{5-\sqrt{3}} = \frac{2 \cdot (5+\sqrt{3})}{(5-\sqrt{3}) \cdot (5+\sqrt{3})} = \frac{10+2\sqrt{3}}{5^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{10+2\sqrt{3}}{25-3} = \frac{10+2\sqrt{3}}{22}$$

ECUACIONES IRRACIONALES

Son aquellas en las cuales la incógnita está en la cantidad subradical.

Para resolver una ecuación irracional se despeja la raíz que contiene la incógnita, luego se elevan ambos miembros al índice de la raíz para eliminar esta y finalmente se calcula la incógnita como una ecuación lineal cualquiera.

Ejemplo:

$$3\sqrt{15-x} + 5 = 17$$

$$3\sqrt{15-x} = 12$$

$$\sqrt{15-x} = 4 \quad ()^2$$

$$15 - x = 16$$

$$-x = 1$$

$$x = -1$$