

Razón y Proporción

Razón: Es la comparación entre dos cantidades, la primera de ellas llamada antecedente y la segunda llamada consecuente.

Ejemplo, 5 : 7 (se lee 5 es a 7) donde el 5 es el antecedente y el 7 el consecuente.

Para que lo comprendas mejor, piensa que al decirte 2 : 3 te estoy señalando que se va a repartir algo, donde a uno le van a corresponder 2 partes y al otro 3 partes.

Veamos algunos ejemplos.

1. Repartir \$ 75.000 entre Marta y Ricardo en razón 2 : 3, respectivamente. (Esta palabra significa que tiene que ser en el orden dado, o sea Marta ---> 2 partes y Ricardo ---> 3 partes)

Al sumar las partes que le corresponden a Marta con las que le corresponden a Ricardo da el total de dinero a repartir, o sea

$$\begin{aligned}2 \text{ partes} + 3 \text{ partes} &= \$75.000. \\2p + 3p &= 75.000 \\5p &= 75.000 \\p &= 15.000\end{aligned}$$

Luego cada parte es de \$15.000. Por lo tanto a cada uno le corresponde:

$$\text{Marta} = 2 \text{ partes} = 2 \cdot 15.000 = \$ 30.000$$

$$\text{Ricardo} = 3 \text{ partes} = 3 \cdot 15.000 = \$ 45.000$$

2. Los ángulos de un triángulo están en razón de 1:3:5. ¿Cuánto mide el ángulo mayor?

Como en un triángulo, la suma de los ángulos interiores es 180° , planteamos

$$\begin{aligned}p + 3p + 5p &= 180^\circ \\9p &= 180 \\p &= 20\end{aligned}$$

Por lo tanto, los ángulos miden

$$p = 20^\circ;$$

$$3p = 3 \cdot 20 = 60^\circ;$$

$$5p = 5 \cdot 20 = 100^\circ.$$

La respuesta es 100°

3. El perímetro de un rectángulo es 48 cm. Si sus lados están en razón 5 : 3, ¿Cuánto mide su área?

Con cuidado ya que si nos hablan del perímetro hay que considerar los 4 lados.

$$\text{Por lo tanto: } 5p + 3p + 5p + 3p = 48$$

$$16p = 48$$

$$p = 3$$

Luego los lados del rectángulo miden

$$5p = 5 \cdot 3 = 15 \text{ cm y } 3p = 3 \cdot 3 = 9 \text{ cm}$$

El área del rectángulo es largo por ancho, o sea $15 \text{ cm} \text{ por } 9 \text{ cm} = 135 \text{ cm}^2$.

4. Dos números están en la razón $5 : 2$ y su diferencia es 60. ¿Cuáles son los números?

$$\begin{aligned}5p - 2p &= 60 \\3p &= 60 \\p &= 20\end{aligned}$$

Los números son $5p = 5 \cdot 20 = 100$ y $2p = 2 \cdot 20 = 40$

Con los 4 ejemplos dados espero se te haya aclarado el significado y la utilización de las razones, que como ves es de gran importancia para resolver algunos tipos de ejercicios.

Proporción: Es la igualdad entre dos razones.

Por ejemplo, tenemos las razones 2 es a 5 y 6 es a 15

Determinemos el valor de cada razón, efectuando las respectivas divisiones

$$2 : 5 = 0,4 \text{ y } 6 : 15 = 0,4$$

Como ambas tienen el mismo valor, podemos establecer una igualdad entre ellas. Así:

$$2 : 5 = 6 : 15$$

Para verificar esta proporción efectuamos el producto de los extremos $2 \cdot 15$ y el producto de los medios $5 \cdot 6$, como ambos dan 30 entonces la proporción es correcta.

En forma general:

$$\mathbf{a:b=c:d \Leftrightarrow a \cdot d=b \cdot c}$$

Proporcionalidad Directa:

Dos cantidades a y b son directamente proporcionales si su cociente es constante.

$$\boxed{\frac{a}{b} = k}$$

Ejercicio: Por 500 fotocopias me cobran \$ 15.000, ¿Cuánto deberé pagar por 100 fotocopias?

Analizar que si baja la cantidad de fotocopias, obviamente bajará la cantidad a cancelar. En estos casos estamos hablando de una proporción directa.

$$\frac{500}{15.000} = \frac{100}{x}$$

$$500x = 1.500.000$$

$$x = 3.000$$

Por las 100 fotocopias se pagará \$ 3.000.

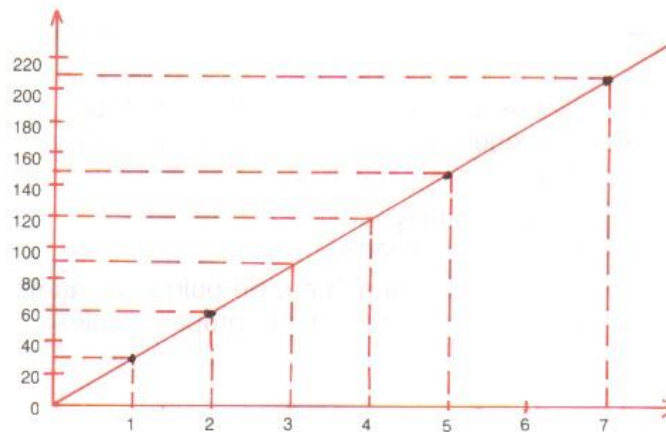
Revisa el siguiente cuadro para entender mejor lo que significa la constante k.

a=n° de fotocopias	b=dinero a cancelar	a/b	k
100	\$ 3.000	100 : 3000	0,03...
200	\$ 6.000	200 : 6000	0,03...
300	\$ 9.000	300 : 9000	0,03...
400	\$ 12.000	400 : 12000	0,03...
500	\$ 15.000	400 : 15000	0,03...

Veamos ahora la representación gráfica de una proporcionalidad directa:

Si un sobre vale \$ 30, entonces 2 sobres valen \$ 60 y 5 sobres valen \$ 150.

Gráficamente lo podemos representar así:



Proporcionalidad Inversa:

Dos cantidades a y b son inversamente proporcionales si su producto es constante.

$$a \cdot b = k$$

Para ambos casos, k recibe el nombre de constante de proporcionalidad.

Ejercicio: Si 20 obreros demoran en hacer una obra 12 días, ¿cuánto demorarán 5 obreros en realizar la misma obra y en las mismas condiciones?

Al analizar el problema debemos prestar mucha atención a la baja del número de trabajadores lo que implicará una mayor cantidad de días de trabajo para finalizar la obra. O sea se establece una proporcionalidad inversa. (Cuidado al plantear la ecuación)

$$\frac{20}{5} = \frac{x}{12}$$

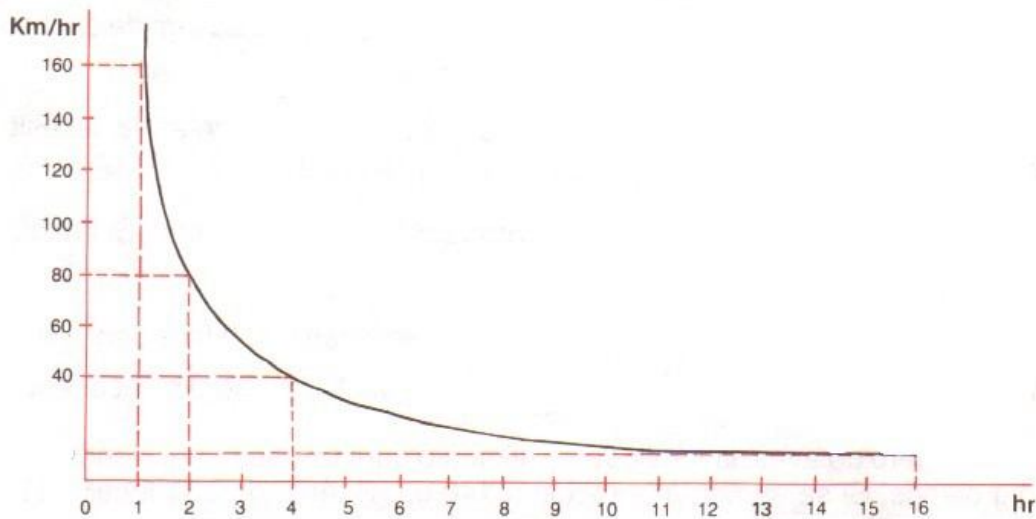
$$5x = 240$$

$$x = 48 \text{ días.}$$

Veamos en la siguiente tabla lo definido sobre la constante de proporcionalidad

a=n° de obreros	b=n° de días	a • b	k
20	12	20 • 12	240
15	16	15 • 16	240
10	24	10 • 24	240
5	48	5 • 48	240
1	240	1 • 240	240

Grafiquemos la siguiente situación: Un vehículo a 40 km/hr demora 4 horas en llegar a su destino, por lo que a 80 km/hr llegará en sólo 2 horas. Si el viaje fuese a 160 km/hr, demoraría 1 hora.



¿A qué velocidad demoró 16 horas?