

LOGARITMOS

DEFINICIÓN

Logaritmo de un número es el exponente al que hay que elevar la base para que nos de dicho número.

$$\log_a P = x \Leftrightarrow a^x = P$$

Logaritmo de un número (P) es el exponente (x) al que hay que elevar la base (a) para que nos de dicho número (P).

La base tiene que ser positiva y distinta de 1

$$a > 0, a \neq 1$$

$\log_a P$ se lee **logaritmo en base a de P**

Ejemplos

$\log_2 8 = 3$ (logaritmo en base 2 de 8 es igual a 3) pues 3 es el exponente al que hay que elevar 2 para que nos de 8 $\rightarrow 2^3 = 8$

$\log_2 \frac{1}{8} = -3$ (logaritmo en base 2 de $\frac{1}{8}$ es igual a -3) pues -3 es el exponente al que hay que elevar 2 para que nos de $\frac{1}{8} \rightarrow 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

$\log_{10} 10000 = 4$ (logaritmo en base 10 de 10000 es igual a 4) pues 4 es el exponente al que hay que elevar 10 para que nos de 10000 $\rightarrow 10^4 = 10000$

$\log_{10} 0.0001 = -4$ (logaritmo en base 10 de 0.0001 es igual a -4) pues -4 es el exponente al que hay que elevar 10 para que nos de 0.0001 $\rightarrow 10^{-4} = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10000} = 0.0001$

PROPIEDADES DE LOS LOGARITMOS

1. Dos números distintos tienen logaritmos distintos.

$$\text{Si } P \neq Q \Rightarrow \log_a P \neq \log_a Q$$

2. El logaritmo de la base es 1

$$\log_a a = 1, \text{ pues } a^1 = a$$

3. El logaritmo de 1 es 0, cualquiera que sea la base

$$\log_a 1 = 0, \text{ pues } a^0 = 1$$

4. El logaritmo de un producto es igual a la suma de los logaritmos de los factores

$$\log_a (P \cdot Q) = \log_a P + \log_a Q$$

5. El logaritmo de un cociente es igual al logaritmo del numerador menos el logaritmo del denominador

$$\log_a \left(\frac{P}{Q} \right) = \log_a P - \log_a Q$$

6. El logaritmo de una potencia es igual al exponente por el logaritmo de la base de la potencia

$$\log_a (P^n) = n \cdot \log_a P$$

7. El logaritmo de una raíz es igual al logaritmo del radicando dividido por el índice

$$\log_a \sqrt[n]{P} = \frac{\log_a P}{n} = \frac{1}{n} \cdot \log_a P$$

8. Cambio de base: El logaritmo en base a de un número se puede obtener a partir de logaritmos en otra base

$$\log_a P = \frac{\log_b P}{\log_b a}$$