Universidad de Concepción

Facultad de EDUCACIÓN UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN

TEMA 2

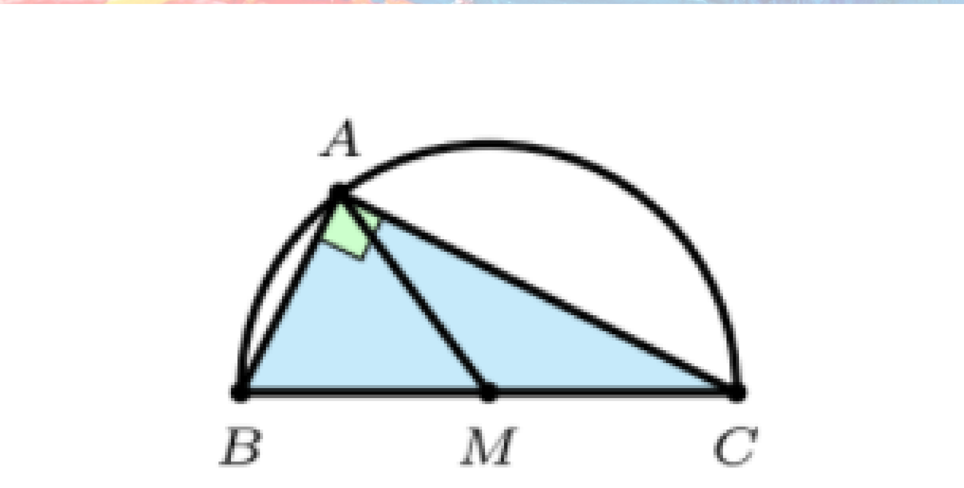
triángulos

SCARLETE PALMA RIFO - PEDAGOGÍA EN MATEMÁTICAS Y COMPUTACIÓN

Proposición 1. Sea ΔABC un triángulo rectángulo con ángulo recto en A y sea M el punto medio de $\overline{BC}$. Luego.

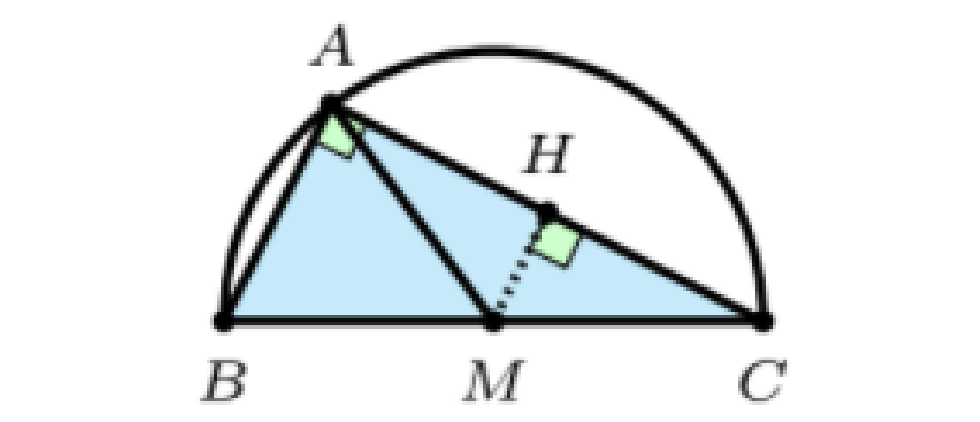
$$|AM| = |BM| = |CM|$$

así que el triángulo se inscribe en una semicircunferencia



DEMOSTRACIÓN:

Trazamos la perpendicular de M al segmento $\overline{AC}$ y denotamos por H el punto de intersección.

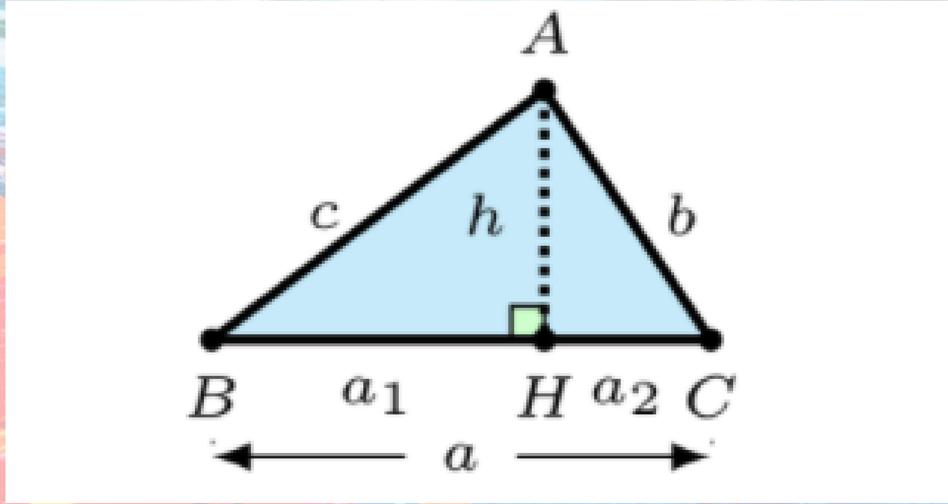


Los triángulos ABC y HMC son semejantes por tener el mismo ángulo en C, dos ángulos rectos y los restantes ángulos de igual medida por diferencia de ángulos. Como $|BC| = 2|MC|$ entonces también $|AB| = 2|HM|$ y $|AC| = 2|HC|$. Luego $|AH| = |AC| - |HC| = |HC|$ Luego

$$\Delta AHM \simeq \Delta CHM$$

Por criterio LAL, entonces $|AM| = |CM|$

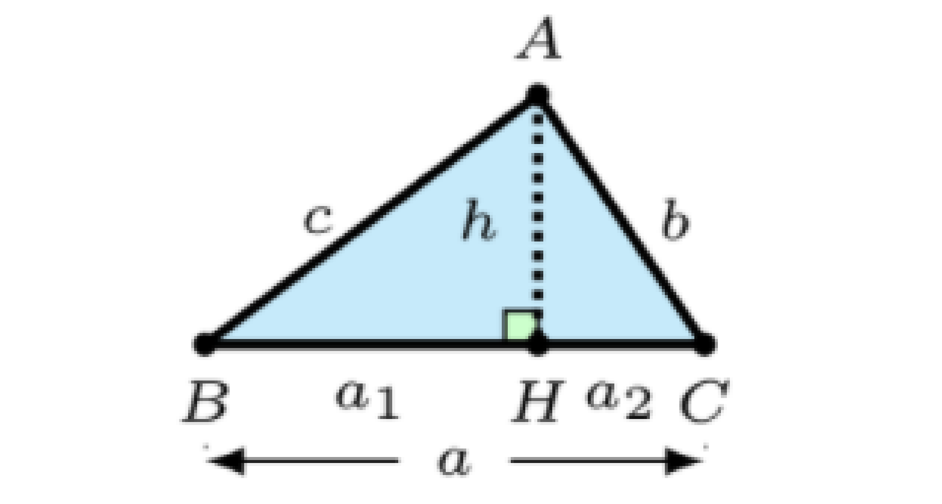
TEOREMA 5. Sea ABC un triángulo como en la figura y sea $s = \frac{1}{2}(a + b + c)$



Luego se cumplen las siguientes:

$$a_1 = \frac{a^2 - b^2 + c^2}{2a}$$

$$a_2 = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2a}$$



Y también:

$$h = \frac{\sqrt{(-c^2+(a+b)^2)(c^2-(a-b)^2)}}{2a}$$

$$\mathrm{A}(\Delta ABC) = \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)s}$$

DEMOSTRACIÓN:

Por el teorema de Pitágoras tenemos que $h^2 + a_1^2 = c^2$ y $a_2^2 + h^2 = b^2$. Luego

$$c^2 - a_2^1 = h^2 = b^2 - a_2^2 = b^2 - (a - a_1)^2$$

Simplificando la igualdad entre el primer y último término obtenemos

$$a_1 = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2a}$$

De manera similar se prueba la ecuación para a_2.

Sustituyendo dicho valor de $\boldsymbol{a_1}$ en la primera ecuación anterior se obtiene:

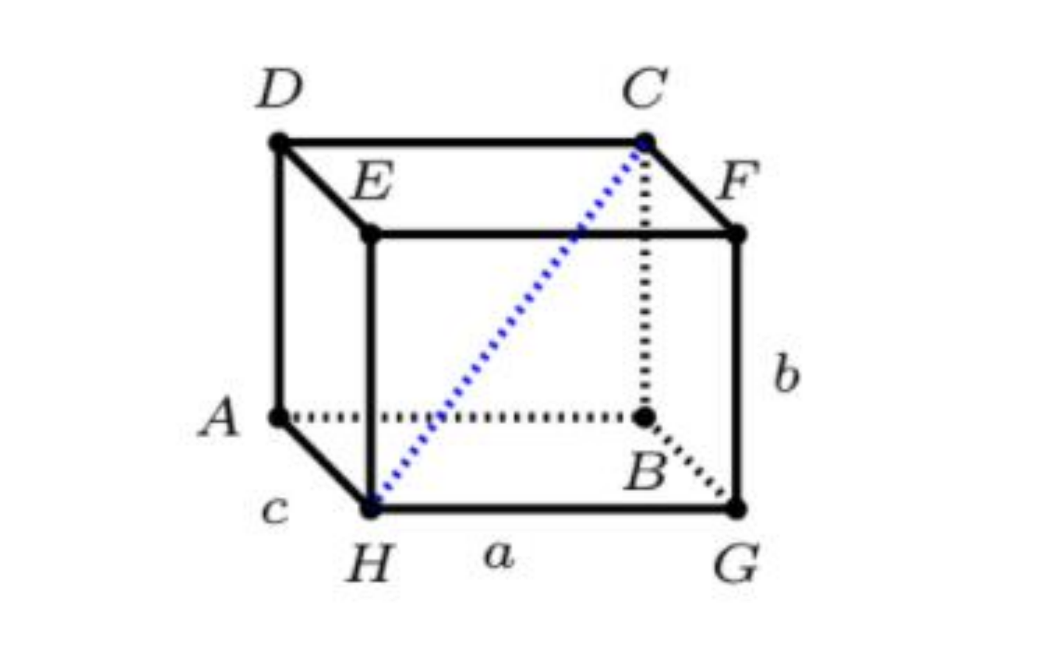
$$h = \sqrt{c^2 - \frac{(c^2 + a^2 - b^2)^2}{4a^2}} = \frac{\sqrt{(-c^2 + (a+b)^2)(c^2 - (a-b)^2)}}{2a}$$

Por lo tanto, el área del triángulo ABC es:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2}ah \quad &= \frac{1}{2}a\sqrt{c^2 - \frac{(c^2+a^2-b^2)^2}{4a^2}} \\
&= \frac{1}{4}\sqrt{4a^2c^2 - (c^2 + a^2 - b^2)^2} \\
&= \frac{1}{4}\sqrt{(-a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)(a+b+c)} \\
&= \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)s}
\end{aligned}$$

■

PROPOSICIÓN 2. La medida de la diagonal $\overline{CH}$ de un prisma recto cuyos lados miden a, b, y c.

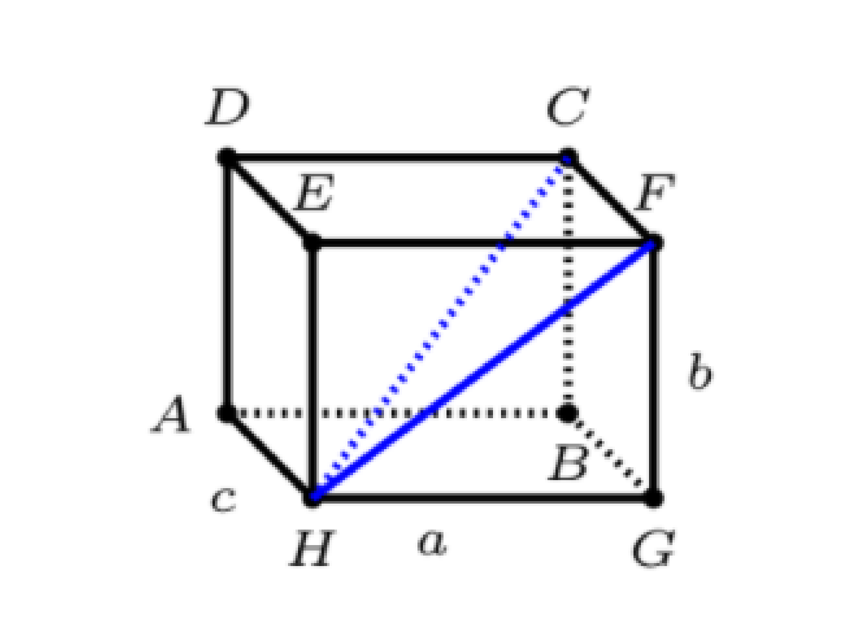


es

$$|HC| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

DEMOSTRACIÓN:

Trazamos la diagonal $\overline{FH}$



Por teorema de Pitágoras $|HF|^2 = a^2 + b^2$. El triángulo ΔHFC es rectángulo en F porque $\overline{CF}$ es perpendicular al plano del cuadrado $EFGH$. Por lo tanto

$$|HC| = \sqrt{|HF|^2 |CF|^2} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$