# LA CIRCUNFERENCIA

## CONTENIDO



Estudiaremos **cuatro** curvas que por su importancia y aplicaciones en algunas ramas de la ciencia, es necesario considerarlas. Cada una de estas curvas se describirá como un ***lugar geométrico*** y se demostrará que cada una de ellas es la gráfica de una ecuación cuadrática en **x** o **y**, que se puede representar como caso especial de la ***ecuación general*** siguiente:

$$\mathbf{Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0}$$

En la cual los coeficientes **A**, **B** y **C** **no** son todos **cero**.

Estas cuatro curvas son: la ***circunferencia***, la ***parábola***, la ***elipse*** y la ***hipérbola***, llamadas **CÓNICAS** debido a que se pueden describir como las curvas que se generan al intersectarse un plano con un cono circular.

De las cuatro curvas ***cónicas***, la ***circunferencia*** es la más simple y geométricamente se describe como la ***intersección de un cono recto circular y un plano paralelo a la base del cono***, como se muestra en la ***Figura 1***.

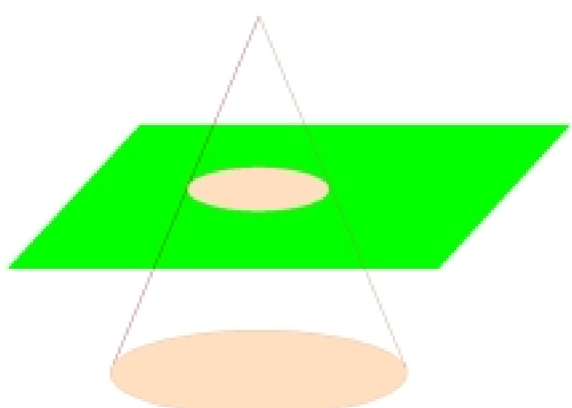

*Figura 1*

**DEFINICIÓN**. La ***circunferencia*** es el ***lugar geométrico*** de todos los puntos de un plano que participan de la propiedad de ***equidistar*** de un punto fijo llamado ***centro***.

## 1. ECUACIÓN COMÚN DE LA CIRCUNFERENCIA.

Para deducir la ecuación de esta curva, cuyas características geométricas son bien conocidas, supondremos que el ***centro*** es el punto ***C(h, k)*** y que el ***radio*** es una constante **a**, como se muestra en la ***Figura 2***.



*AUTOR:* PROFESOR JESÚS INFANTE MURILLO
*EDICIÓN PARA INTERNET:* PROFESOR PABLO FUENTES RAMOS

Sea ***M(x, y)*** un punto cualquiera de la ***circunferencia*** con ***centro*** en ***C(h, k)*** y ***radio*** igual a **a**. Por definición, el ***radio*** es una constante, por lo que la condición de movimiento de ***M*** es:

$$\overline{MC} = \text{CONSTANTE} = a \qquad (1)$$

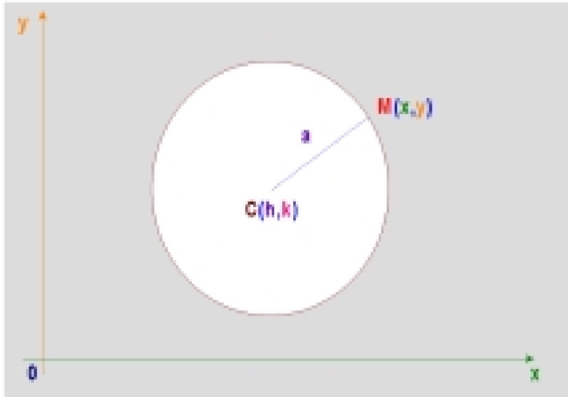


*Figura 2*

Aplicando la fórmula de la ***distancia*** entre dos puntos, tenemos:

$$\overline{MC} = \sqrt{(x-h)^2 + (y-k)^2}$$

Sustituimos en **(1)**:

$$\sqrt{(x-h)^2 + (y-k)^2} = a$$

Elevando al cuadrado ambos miembros de la igualdad, nos queda:

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = a^2 \quad \text{..........} \quad (I)$$

Esta es la ecuación común de la ***circunferencia***, correspondiente a una ecuación cartesiana, cuyos parámetros, además del radio **a**, son la abscisa **h** y la ordenada **k** del ***centro***, cuyas coordenadas deben tomarse siempre con **signo contrario** al que tenga en la ecuación.

## EJEMPLOS

**1.** En el caso de la ***circunferencia*** $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 36$, tendremos:

**h = 3** , **k = -2** y que $a^2 = 36$. Por tanto: **a = 6**

Es decir:

***Centro***: **C(3,-2)**; ***Radio***: **a = 6**

**2.** **Encontrar** la ecuación de la ***circunferencia*** con ***centro*** en ***(5,2)*** y ***radio*** igual a **4**.

**SOLUCIÓN**

De acuerdo con los datos tenemos: **h = 5**, **k = 2** y **a = 4**.

Sustituyendo en la ecuación **(I)** estos valores, se tiene:

$$(x-5)^2 + (y-2)^2 = 16$$

**3.** **Encontrar** la ecuación de la ***circunferencia*** con ***centro*** en ***(-3,4)*** y ***radio*** igual a **5**.


*AUTOR:* PROFESOR JESÚS INFANTE MURILLO
*EDICIÓN PARA INTERNET:* PROFESOR PABLO FUENTES RAMOS

## SOLUCIÓN

De acuerdo al enunciado se tiene:

$h = -3$; $k = 4$ y $a = 5$. Por tanto: $a^2 = 25$

Según la ecuación **(I)**, sustituyendo estos valores tenemos:

$$(x+3)^2 + (y-4)^2 = 25$$

Es perfectamente claro que cuando una ***circunferencia*** tiene su centro en el origen, $h = 0$ y $k = 0$, la ecuación simplemente es:

$$x^2 + y^2 = a^2$$

La posición y tamaño de la ***circunferencia*** depende de las tres constantes arbitrarias **h**, **k** y **a**.

## 2. ECUACIÓN GENERAL DE LA CIRCUNFERENCIA.

En muchos problemas se presenta desarrollada la ecuación de la ***circunferencia***, en cuyo caso interesa saber conocerla y poder determinar su ***centro*** y su ***radio***. Por lo pronto vamos a desarrollar la ecuación común **(I)** y establecer ciertas conclusiones.

$$x^2 - 2hx + h^2 + y^2 - 2ky + k^2 - a^2 = 0$$

Esta ecuación no se altera si ambos miembros se multiplican por la constante **A**.

$$Ax^2 - 2Ahx + Ah^2 + Ay^2 - 2Aky + Ak^2 - Aa^2 = 0$$

Dado que: $-2Ah$ , $-2Ak$ y $(Ah^2 + Ak^2 - Aa^2)$ son constantes, podemos escribir la ecuación como:

$$Ax^2 + Ay^2 + Dx + Ey + F = 0 \quad \text{......(II)}$$

En donde:

$$D = -2Ah$$
$$E = -2Ak$$
$$F = Ah^2 + Ak^2 - Aa^2 = A(h^2 + k^2 - a^2)$$

Entonces conociendo los valores de ***D***, ***E***, y ***F***, se pueden encontrar las coordenadas del ***centro*** y la longitud del ***radio*** de una ***circunferencia***.

### 2.1.- ANÁLISIS DE LA ECUACIÓN.

Las observaciones que podemos hacer son las siguientes:


*AUTOR:* PROFESOR JESÚS INFANTE MURILLO
*EDICIÓN PARA INTERNET:* PROFESOR PABLO FUENTES RAMOS

***Primera***. Una ecuación con dos variables de segundo grado representa una ***circunferencia*** si los coeficientes de **x5** y **y5** son iguales y del mismo signo.

***Segunda***. Si la ecuación contiene términos de primer grado, el ***centro*** está fuera del ***origen***. Si la ecuación carece de uno de los términos de primer grado, el ***centro*** está sobre el eje del sistema de nombre distinto al término faltante.

***Tercera***. Si la ecuación no tiene término independiente, la ***circunferencia*** pasa por el ***origen***.

***Cuarta***. Observamos que el termino rectángulo ***Bxy*** no existe, por lo que establecemos que ***B* = 0**.

Por lo que se refiere a determinar el ***centro*** y el ***radio*** a partir de la ecuación desarrollada, lo lograremos si la llevamos a la forma común en la que intervienen binomios al cuadrado y a la que se llega completando trinomios cuadrados perfectos en **x** y **y**, como se muestra en los ejercicios siguientes:

## 3. EJERCICIOS

**1.** **Encontrar** el ***centro*** y el ***radio*** de la ***circunferencia*** cuya ecuación es: $\mathbf{9x^2+9y^2-12x+36y-104=0}$. **Trazar** la ***circunferencia***.

**SOLUCIÓN**

Completando ***trinomios cuadrados perfectos*** en **x** y **y**, se tiene:

$$9\left(x^2-\frac{4}{3}x+\frac{4}{9}-\frac{4}{9}\right)+9(y^2+4y+4-4)-104=0$$

Considerando los ***binomios cuadrados perfectos*** y simplificando:

$$9\left(x-\frac{2}{3}\right)^2+9(y+2)^2-4-36-104=0$$

Llevando a la forma común **(I)**, se tiene:

$$9\left(x-\frac{2}{3}\right)^2+9(y+2)^2=144$$

$$9\left[\left(x-\frac{2}{3}\right)^2+(y+2)^2\right]=144$$

$$\left(x-\frac{2}{3}\right)^2+(y+2)^2=\frac{144}{9}$$

$$\mathbf{\left(x-\frac{2}{3}\right)^2+(y+2)^2=16}$$

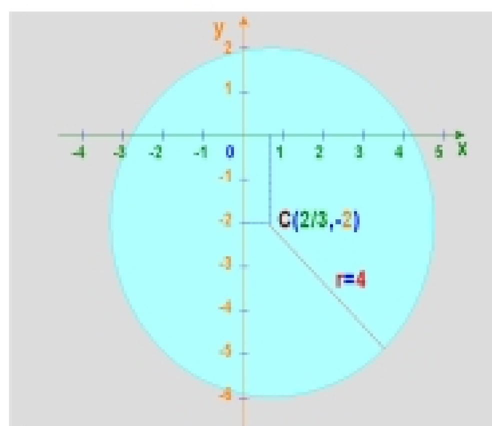

Figura 3

Comparando con la ecuación **(I)**, se tiene que: **h = 2/3**, **k=-2** y **a = 4**. Por tanto, el ***centro*** **C** y el ***radio*** **a** están dados por:

$$C\left(\frac{2}{3},-2\right),\ a=4$$

La ***Figura 3*** muestra gráficamente los resultados obtenidos.

**2.** Encontrar el ***centro*** y el ***radio*** de la ***circunferencia*** dada por la ecuación: $4x^2+4y^2+4x+4y-2=0$.

**SOLUCIÓN**

Procediendo en la misma forma que en el ejemplo anterior, tenemos:

$$2x^2+2y^2+2x+2y-1=0$$
$$2\left(x^2+x+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\right)+2\left(y^2+y+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\right)-1=0$$
$$2\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+2\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=2$$
$$2\left[\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2\right]=2$$
$$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=1$$

De la última expresión, se determina que el ***centro*** y el ***radio*** de la ***circunferencia*** son respectivamente:

$$C\left(-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)\ ;\ a=1$$

**3.** **Encontrar** el ***centro*** y el ***radio*** de la ***circunferencia*** representada por la ecuación: $x^2+y^2-16x+2y+65=0$.

**SOLUCIÓN**

Procediendo como en los ejemplos previos:

$$(x^2-16x+64-64)+(y^2+2y+1-1)+65=0$$
$$(x-8)^2+(y+1)^2=0$$

Por tanto, el ***centro*** y el ***radio*** son:

$$C(8,-1)\ ;\ a=0$$

Como el ***radio*** **es cero**, la ***circunferencia*** se reduce a un ***punto*** que es el mismo ***centro***.


AUTOR: PROFESOR JESÚS INFANTE MURILLO
EDICIÓN PARA INTERNET: PROFESOR PABLO FUENTES RAMOS

4. **Encontrar** el ***centro*** y el ***radio*** de la ***circunferencia*** representada por la ecuación: $36x^2 + 36y^2 + 24x + 72y + 41 = 0$.

**SOLUCIÓN**

Procediendo como en los casos previos:

$$36\left(x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} - \frac{1}{9}\right) + 36\left(y^2 + 2y + 1 - 1\right) + 41 = 0$$

$$36\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 + 36\left(y + 1\right)^2 = -1$$

$$\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 + \left(y + 1\right)^2 = -\frac{1}{36}$$

De la expresión anterior, encontramos que el ***centro*** y el ***radio*** son:

$$C\left(-\frac{1}{3}, -1\right) \;;\; a = \sqrt{-\frac{1}{36}} = \frac{1}{6}j$$

En este caso, se trata de una ***circunferencia*** de ***radio*** **imaginario**.

5. **Determinar** la ecuación de una ***circunferencia*** que pasa por el punto ***P(1,0)***, sabiendo que es ***concéntrica*** a la representada por la ecuación: $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 13 = 0$.

**SOLUCIÓN**

La ecuación debe tener la forma dada por la fórmula **(I)**, debiendo ser las coordenadas **h** y **k** del ***centro*** las mismas que la de la ***circunferencia*** dada y las calculamos llevando a la forma común la ecuación de la ***circunferencia*** conocida.

Completando los ***trinomios cuadrados perfectos*** y reduciendo, tenemos:

$$(x^2 - 2x + 1 - 1) + (y^2 - 8y + 16 - 16) + 13 = 0$$

$$(x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 4$$

De la expresión anterior encontramos que el centro es ***C(1,4)***, es decir **h = 1** y **K = 4**. Como $a^2 = 4$, entonces **a = 2**.

El ***radio*** **a** de la ***circunferencia*** buscada se calcula como la ***distancia*** del punto ***P*** al ***centro*** **C**.

$$a = \overline{PC} = \sqrt{(1-1)^2 + (0-4)^2} = 4$$

Por tanto, $a^2 = 16$. Sustituyendo este valor y los de **h** y **k** en la fórmula **(I)**, encontramos la ecuación de la ***circunferencia*** pedida:

$$(x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 16$$



*AUTOR:* PROFESOR JESÚS INFANTE MURILLO
*EDICIÓN PARA INTERNET:* PROFESOR PABLO FUENTES RAMOS

**6.** El ***diámetro*** de una ***circunferencia*** es el segmento de recta definido por los puntos: ***A(-8,-2)*** y ***B(4,6)***. **Obtener** la ecuación de dicha ***circunferencia***.

**SOLUCIÓN**

La forma de la ecuación es la de la fórmula **(I)**. El ***centro*** es el punto medio del ***diámetro***, cuyas coordenadas se obtienen aplicando las fórmulas para el punto medio de un segmento, en este caso $\overline{AB}$:

$$\mathbf{h} = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-8+4}{2} = \mathbf{-2}$$

$$\mathbf{k} = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-2+6}{2} = \mathbf{2}$$

Por tanto, el centro es **C(-2,2)**. El ***radio*** es la ***distancia*** del ***centro C*** a cualquiera de los extremos del ***diámetro***, es decir:

$$\mathbf{a} = \overline{CB} = \sqrt{(-2-4)^2 + (2-6)^2} = \sqrt{36+16} = \sqrt{\mathbf{52}}$$

La ecuación de la ***circunferencia*** pedida es:

$$\mathbf{(x+2)^2 + (y-2)^2 = 52}$$

**7.** **Determinar** los puntos donde la ***circunferencia*** cuya ecuación es $\mathbf{x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0}$ **corta** a los ejes de coordenadas.

**SOLUCIÓN**

Para encontrar los puntos de ***intersección*** con el eje de las **x**, hacemos **y = 0** y sustituimos en la ecuación dada:

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

Resolviendo para **x**:

$$\mathbf{x} = \frac{\mathbf{-2 \pm \sqrt{4-4}}}{\mathbf{2}} = \mathbf{-1}$$

Es decir, que la ***circunferencia*** es ***tangente*** al eje de las **x** en el punto **I(-1,0)**.

Para determinar los puntos de ***intersección*** con el eje de las **y**, hacemos **x = 0** y sustituimos en la ecuación dada:

$$y^2 - 4y + 1 = 0$$

Resolviendo para **y**:

$$y = \frac{4 \pm \sqrt{4^2 - 4(1)(1)}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{16-4}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{12}}{2} = 2 \pm \sqrt{3} = 2 \pm 1.732$$


*AUTOR:* PROFESOR JESÚS INFANTE MURILLO
*EDICIÓN PARA INTERNET:* PROFESOR PABLO FUENTES RAMOS

Los valores de **y** que satisfacen la expresión anterior son:

$$y_1 = 2 + 1.732 = \mathbf{3.732}$$
$$y_2 = 2 - 1.732 = \mathbf{0.268}$$

Por tanto, los puntos de ***intersección*** con el eje de las **y** son:

$$\mathbf{P_1(0, 3.732)} \text{ y } \mathbf{P_2(0, 0.268)}$$

**8.** **Encontrar** los puntos de ***intersección*** de las ***circunferencias*** representadas por las ecuaciones:

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \mathbf{(1)}$$
$$x^2 + y^2 + 2x + 6y = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \mathbf{(2)}$$

**SOLUCIÓN**

Para encontrar los puntos de ***intersección***, se resuelve el sistema de ecuaciones **(1)** y **(2)**, para lo cual restamos la ecuación **(1)** de la ecuación **(2)**:

$$4x + 2y = 0$$

Despejando a **y**:

$$y = -2x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \mathbf{(3)}$$

Sustituyendo **(3)** en **(1)**, reduciendo términos y factorizado:

$$x^2 + 4x^2 - 2x - 8x = 0$$
$$5x^2 - 10x = 0$$
$$5x\,(x - 2) = 0$$
$$x\,(x - 2) = 0$$

Resolviendo para **x**:

$$x_1 = 0$$
$$x_2 = 2$$

Sustituyendo en **(3)**:

$$y_1 = 0$$
$$y_2 = -4$$

Por tanto, los puntos de ***intersección*** son:

$$\mathbf{Q_1(0, 0)} \text{ y } \mathbf{Q_2(2, -4)}$$

**9.** La ecuación de una ***circunferencia*** es: $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$. **Determinar** la ecuación para el caso particular en que la ***circunferencia*** pasa por los puntos ***P(-4,0)***, ***Q(0,2)*** y ***R(-2,-2)***.

**SOLUCIÓN**

La condición para que los puntos dados pertenezcan a la ***circunferencia*** es que verifiquen la ecuación dada. Sustituyendo las coordenadas de los puntos conocidos en la ecuación:

Para el punto ***P***: $16-4D+F=0$ ............................................**(1)**
Para el punto ***Q***: $4+2E+F=0$ ............................................**(2)**
Para el punto **R**: $4+4-2D-2E+F=8-2D-2E+F=0$ ............................................**(3)**

Obteniendo un sistema de ecuaciones, que resolvemos restando **(1)** de **(2)**:

$$-12+2E+4D=0$$

Dividiendo entre **2**:

$$-6+E+2D=0$$

Despejando a **E**:

$E=-2D+6$ ............................................**(4)**

De la ecuación **(1)**, despejamos a **F**:

$F=4D-16$ ............................................**(5)**

Sustituimos las ecuaciones **(4)** y **(5)** en **(3)**:

$$8-2D-2(-2D+6)+4D-16=0$$

Desarrollando:

$$8-2D+4D-12+4D-16=0$$

Reduciendo términos semejantes:

$$6D-20=0$$

Despejando a **D**:

$$\mathbf{D}=\frac{20}{6}=\mathbf{\frac{10}{3}}$$

Sustituyendo **D** en **(4)**:

$$\mathbf{E}=-2\left(\frac{10}{3}\right)+6=-\frac{20}{3}+\frac{18}{3}=\mathbf{-\frac{2}{3}}$$


AUTOR: PROFESOR JESÚS INFANTE MURILLO
EDICIÓN PARA INTERNET: PROFESOR PABLO FUENTES RAMOS

Sustituyendo **D** en **(5)**:

$$\mathbf{F} = 4\left(\frac{10}{3}\right) - 16 = \frac{40}{3} - \frac{48}{3} = \mathbf{-\frac{8}{3}}$$

Sustituyendo los valores obtenidos en la ecuación inicial:

$$x^2 + y^2 + \frac{10}{3}\ x - \frac{2}{3}\ y - \frac{8}{3} = 0$$

Finalmente, multiplicando por **3**:

$$\mathbf{3\,x^2 + 3\,y^2 + 10\ x - 2\ y - 8 = 0}$$

**Que es la ecuación pedida.**

**10.** **Comprobar** que la recta $\mathbf{2\,y + x = 10}$ es ***tangente*** a la ***circunferencia*** $\mathbf{x^2 + y^2 - 2\,x - 4\,y = 0}$ y **determinar** el punto de ***tangencia***.

**SOLUCIÓN**

Necesitamos hacer simultáneas las dos ecuaciones. Para esto, despejamos a **x** de la primera ecuación:

$x = 10 - 2\,y$ ..........................................................................................................**(1)**

Sustituyendo este valor en la segunda ecuación, desarrollando y simplificando, se obtiene:

$$(10 - 2\,y)^2 + y^2 - 2(10 - 2\,y) - 4\,y = 0$$
$$100 - 40\,y + 4\,y^2 + y^2 - 20 + 4\,y - 4\,y = 0$$
$$5\,y^2 - 40\,y + 80 = 0$$
$$\mathbf{y^2 - 8\,y + 16 = 0}$$

Resolviendo para **y**:

$$\mathbf{y} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 64}}{2} = \frac{8}{2} = \mathbf{4}$$

Sustituyendo en **(1)**:

$$\mathbf{x} = 10 - 2(4) = 10 - 8 = \mathbf{2}$$

De acuerdo al resultado, queda comprobado que la recta es ***tangente*** a la ***circunferencia***, porque sólo tienen un solo punto común ***T(2,4)***, que es precisamente el de ***tangencia***.

**11.** **Probar** que el punto ***P(4,2)*** pertenece a la ***circunferencia*** $\mathbf{x^2 + y^2 - 2x + 4y = 20}$ y **obtener** la ecuación de la ***tangente*** a la ***circunferencia*** en ese punto.

**SOLUCIÓN**

Las coordenadas del punto ***P*** deben verificar la ecuación dada por pertenecer a la ***circunferencia***. Sustituyendo las coordenadas de ***P*** en la ecuación dada:

$$4^2 + 2^2 - 2(4) + 4(2) = 16 + 4 - 8 + 8 \equiv 20$$

Por lo que el punto ***P*** sí pertenece a la ***circunferencia***. Para obtener la ecuación de la ***tangente***, necesitamos conocer el ***centro*** de la ***circunferencia***. Llevando la ecuación dada a su forma común, es decir, completando los ***trinomios cuadrados perfectos***, tenemos:

$$(x^2 - 2x + 1 - 1) + (y^2 + 4y + 4 - 4) = 20$$
$$\mathbf{(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25}$$

De la expresión anterior, encontramos que el ***centro*** está en ***C(1,-2)*** y el ***radio*** es **a = 5**. La ***pendiente*** de la recta que pasa por los puntos ***P*** y ***C*** está dada por:

$$\mathbf{m_{\overline{PC}}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2+2}{4-1} = \mathbf{\frac{4}{3}}$$

Como la ***tangente*** es ***perpendicular*** al ***radio*** $\overline{PC}$, su ***tangente*** es $m = -\frac{3}{4}$.

Sustituyendo en la fórmula de una recta que pasa por un punto dado ***P*** y pendiente ***m***, se obtiene:

$$y - 2 = -\frac{3}{4}(x-4) = -\frac{3}{4}x + 3$$

Finalmente, despejando a **y** se obtiene la ecuación de la recta ***tangente*** a la ***circunferencia*** en el punto ***P***:

$$\mathbf{y = -\frac{3}{4}x + 5}$$

**12.** Una ***circunferencia*** es ***tangente*** al eje de las **x**, pasa por el punto ***A(1,1)*** y tiene su ***centro*** sobre la recta $\mathbf{y = x - 1}$. **Obtener** la ecuación de la ***circunferencia***.

**SOLUCIÓN**

La gráfica, según los datos, se muestra en la ***Figura 4***.

La forma de la ecuación es igual a la expresada en la fórmula **(I)**. Para que la ***circunferencia*** sea ***tangente*** al eje de las **x** se necesita que la ***ordenada*** del ***centro*** sea igual al ***radio***:

$k = a$ ............................................................................................................**(1)**

Las coordenadas del punto ***A*** deben verificar la ecuación de la ***circunferencia***, por lo que tenemos:

$(1-h)^2+(1-k)^2=a^2$ ........................................................................................**(2)**

Las coordenadas del ***centro*** deben satisfacer la ecuación de la ***recta*** dada, es decir:

$k=h-1$........................................................................................................................**(3)**

Sustituyendo **(1)** y **(3)** en **(2)**:

$(1-h)^2+(1-h+1)^2=(h-1)^2=(1-h)^2$

Simplificando:

$(2-h)^2=0$

Sacando raíz cuadrada:

$2-h=0$

Por tanto:

$\mathbf{h=2}$

Sustituyendo **h** en la ecuación **(3)**:

$\mathbf{k}=2-1=\mathbf{1}$

Sustituyendo **k** en **(1)**:

$\mathbf{a=1}$

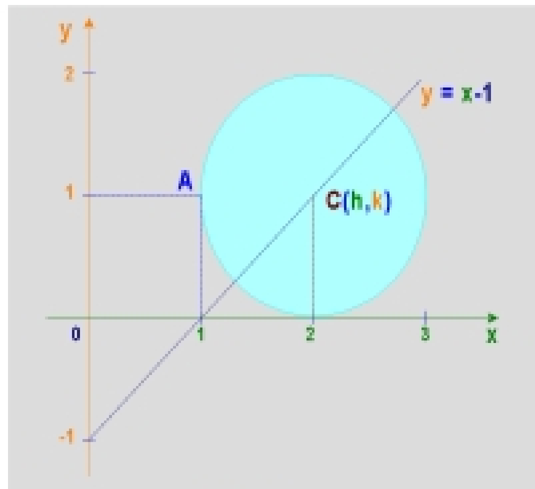

*Figura 4*

Sustituyendo **h**, **k** y **a** en la fórmula **(I)**, se obtiene la ecuación pedida:

$\mathbf{(x-2)^2+(y-1)^2=1}$

| | |
|---|---|
| Nombre de archivo: | circunferencia |
| Directorio: | C:\Geometria_analitica |
| Plantilla: | C:\WINDOWS\Application Data\Microsoft\Plantillas\Normal.dot |
| Título: | IV |
| Asunto: | |
| Autor: | Pablo Fuentes Ramos |
| Palabras clave: | |
| Comentarios: | |
| Fecha de creación: | 28/02/02 07:28 P.M. |
| Cambio número: | 41 |
| Guardado el: | 29/05/02 04:53 P.M. |
| Guardado por: | Pablo Fuentes Ramos |
| Tiempo de edición: | 1,173 minutos |
| Impreso el: | 29/05/02 04:54 P.M. |

Última impresión completa

| | |
|---|---|
| Número de páginas: | 12 |
| Número de palabras: | 1,913 (aprox.) |
| Número de caracteres: | 10,906 (aprox.) |