

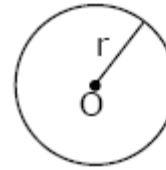
Ángulos en la Circunferencia y Teoremas

Nombre Alumno o Alumna:

Curso:

Definiciones

Circunferencia: Dado un punto O y una distancia r , se llama circunferencia de centro O y radio r al conjunto de todos los puntos del plano que están a la distancia r del punto O .



O : Centro
 r : Radio
 $C(O,r) = \odot(O,r)$

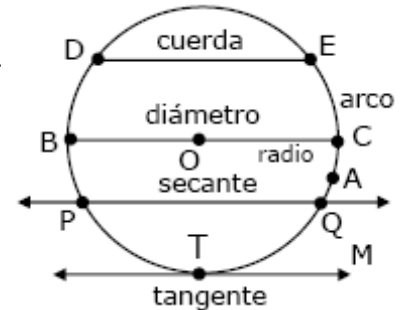
Radio: Trazo cuyos extremos son el centro de la circunferencia y un punto de ésta (OC).

Cuerda: Trazo cuyos extremos son dos puntos de una circunferencia (DE).

Diámetro: Cuerda que contiene al centro de la circunferencia (BC).

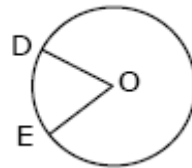
Secante: Recta que intersecta en dos puntos a la circunferencia (PQ).

Tangente: Recta que intersecta a la circunferencia en un solo punto (TM). T punto de tangencia.

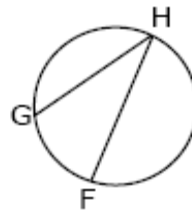


Arco: Es una parte de la circunferencia determinada por dos puntos distintos de ella (CE).

Ángulo Del Centro: Es todo ángulo interior cuyo vértice es el centro de la circunferencia y sus lados son radios de la misma ($\angle DOE$).



Ángulo Inscrito: Es todo ángulo cuyo vértice es un punto de la circunferencia y parte de sus rayos son cuerdas de ésta ($\angle GHF$).

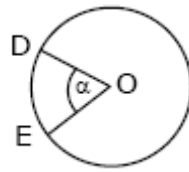


Ejemplo

1. ¿Cuál(es) de las siguiente(s) opción(es) es falsa?
 - A) El diámetro de una circunferencia es el doble que la de su radio
 - B) La mayor cuerda de una circunferencia es el diámetro
 - C) En circunferencias congruentes los radios son congruentes
 - D) Al cortarse dos cuerdas en el centro de la circunferencia forman ángulos del centro
 - E) Por tres puntos cualesquiera siempre pasa una circunferencia

MEDIDA ANGULAR DE UN ARCO

En toda circunferencia la medida angular de un arco es igual a la medida del ángulo del centro que subtiende dicho arco.

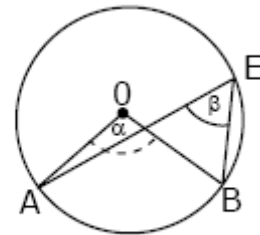
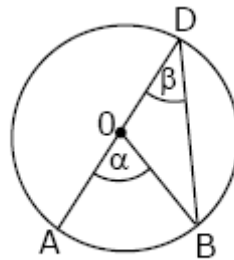
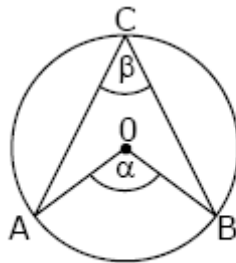


$$\text{arco DE} = \angle DOE = \alpha$$

TEOREMA

Todo ángulo inscrito en una circunferencia tiene como medida la mitad del ángulo del centro que subtiende el mismo arco.

$$\beta = \frac{1}{2} \alpha$$



O : centro de la circunferencia

Ejemplos

1. En la circunferencia de centro O (fig. 1), AB es diámetro. Entonces, el valor de α es

- A) 10°
- B) 20°
- C) 40°
- D) 80°
- E) 140°

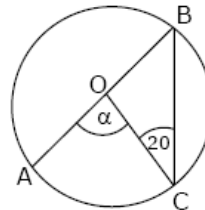


Fig. 1

2. En la circunferencia de centro O (figura 2), se cumple que $BA \cong DC$ y $\angle AED + \angle BC = 3 \angle AB$.

Entonces, la medida del $\angle x$ es

- A) 45°
- B) 60°
- C) 72°
- D) 84°
- E) 90°

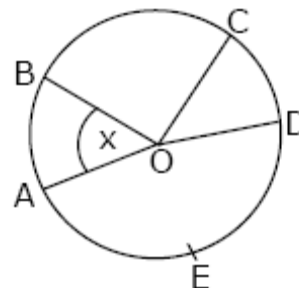
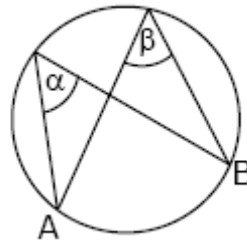


Fig. 2

TEOREMA

Todos los ángulos inscritos en una circunferencia que subtenden un mismo arco tienen igual medida

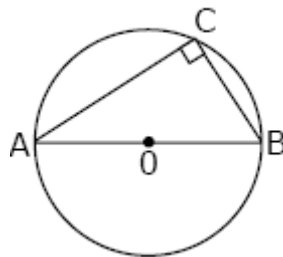
$$\alpha = \beta$$



TEOREMA

Todo ángulo inscrito en una semicircunferencia es recto. O: centro de la circunferencia

$$\angle ACB = 90^\circ$$



O: Centro de la circunferencia

Ejemplos

1. En el cuadrilátero inscrito en la circunferencia de la figura 1, $\alpha - \beta = 120^\circ$. Si $\gamma =$ ¿cuánto mide el ángulo x?

- A) 30°
- B) 75°
- C) 105°
- D) 150°
- E) 155°

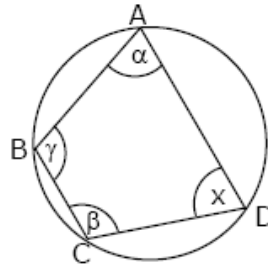


Fig. 1

2. En la circunferencia de centro O de la figura 2, AB es diámetro y $CA \cong BD$. Si $CA = 3m + 10$ y el $\angle ADC = 3m - 10$, entonces $\angle x + \angle y =$

- A) 170°
- B) 160°
- C) 150°
- D) 140°
- E) 120°

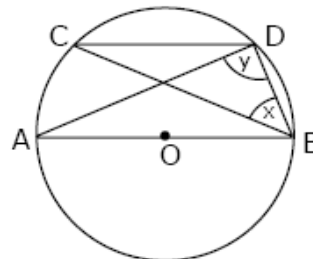
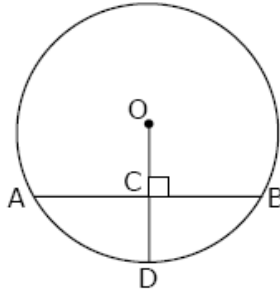


Fig. 2

TEOREMA

Si un radio de una circunferencia es perpendicular a una cuerda, entonces la divide y viceversa.



$$OD \perp AB \Rightarrow AC \cong CB$$

TEOREMA

Si un radio de una circunferencia es perpendicular a una cuerda, entonces divide al arco que subtende la cuerda y viceversa.

$$OD \perp AB \Rightarrow AD \cong DB$$

Ejemplos

1. En la circunferencia de centro O de la figura 1, $OD \perp AB$. Si $AC = 4$ cm, $OC = \frac{3}{4}BC$ y

$DC = \frac{1}{2}BC$, entonces OD mide

- A) 2 cm
- B) 3 cm
- C) 4 cm
- D) 5 cm
- E) 10 cm

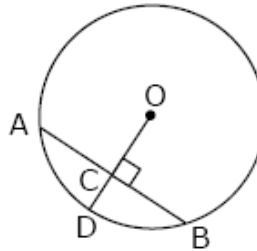


Fig. 1

2. En la circunferencia de centro O de la figura 2, $AD = DC$. Si $\angle CBD = 4\alpha$ y $\angle DCB = \alpha$, entonces α mide

- A) 18°
- B) 36°
- C) 54°
- D) 72°
- E) No se puede determinar

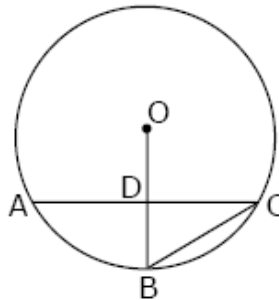
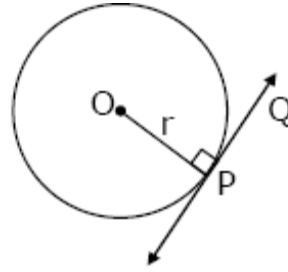


Fig. 2

TEOREMA

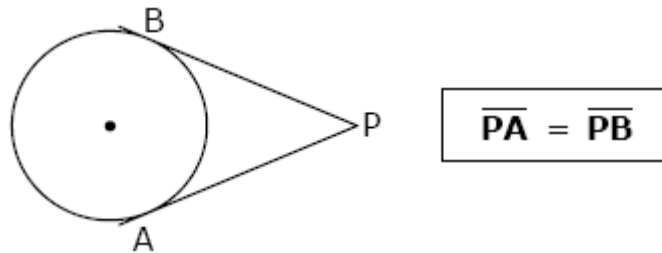
La recta tangente a una circunferencia es perpendicular al radio en el punto de tangencia.

$$\overline{QP} \text{ tangente en } P \Rightarrow \overline{QP} \perp \overline{OP}$$



TEOREMA

Los segmentos tangentes trazados desde un punto a una circunferencia, son congruentes.



Ejemplos

1. En la figura 1, PT es tangente a la circunferencia de centro O y OT es radio. Si $OP = 10$ y $OT = 5$, entonces $PT =$

- A) $\sqrt{15}$
- B) $5\sqrt{3}$
- C) $5\sqrt{5}$
- D) 15
- E) 20

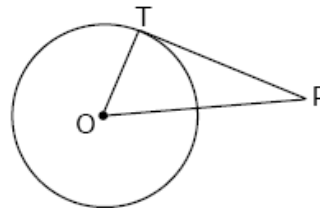


Fig. 1

2. En la figura 2, PQ y PR son tangentes a la circunferencia de centro O, en Q y R respectivamente. Si $\angle PQR = 6t - 2$ y $\angle PRQ = 4t + 22$, entonces la medida del ángulo QPR es:

- A) 12°
- B) 40°
- C) 70°
- D) Otro valor
- E) No se puede determinar

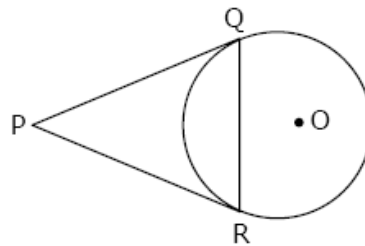


Fig. 2

3. En la figura 3, DE es tangente a la circunferencia de centro O, en D. ¿Cuál es el valor del $\angle x$?

- A) 36°
- B) 26°
- C) 18°
- D) 12°
- E) Falta información

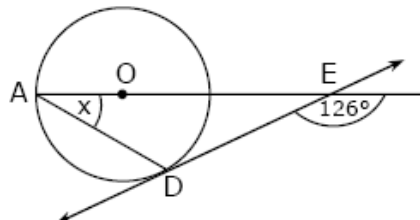


Fig. 3

Ejercicios

1. En la circunferencia de centro O de la figura 1, $\angle BAC + \angle BDC = 80^\circ$. Entonces, $\angle BOC$ mide:

- A) Falta información
- B) 80°
- C) 60°
- D) 40°
- E) 20°

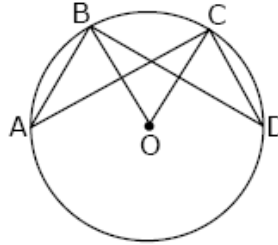


Fig. 1

2. O es centro de la circunferencia de la figura 2, y $QROP$ es cuadrado. ¿Cuánto mide el ángulo RSP ?

- A) $22,5^\circ$
- B) 30°
- C) 45°
- D) 60°
- E) 90°

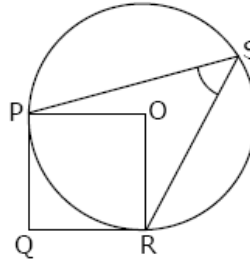


Fig. 2

3. En la circunferencia de centro O , $\angle BCD = 125^\circ$ (fig. 3). Entonces, $\angle BAD$ mide:

- A) 55°
- B) 60°
- C) 45°
- D) 65°
- E) No se puede determinar

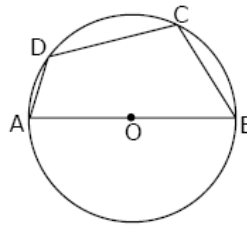


Fig. 3

4. En la circunferencia de centro O , $\angle DCB = 130^\circ$ (fig. 4). Entonces, la medida del ángulo x es

- A) Faltan datos para determinarlo
- B) 40°
- C) 55°
- D) 65°
- E) 70°

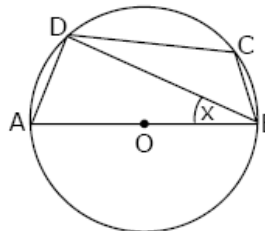


Fig. 4

5. En la circunferencia de centro O (fig. 5), $\angle AOB = 2 \angle ABD$. ¿Cuánto mide el ángulo ACB ?

- A) $22,5^\circ$
- B) 30°
- C) 40°
- D) 45°
- E) 90°

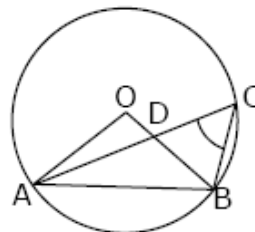


Fig. 5

6. En la circunferencia de centro O de la figura 6, CA , AB y CB son secantes. Si $\alpha = 80^\circ$ y $\beta = 50^\circ$, $\angle x =$

- A) 65°
 B) 75°
 C) 90°
 D) 100°
 E) 130°

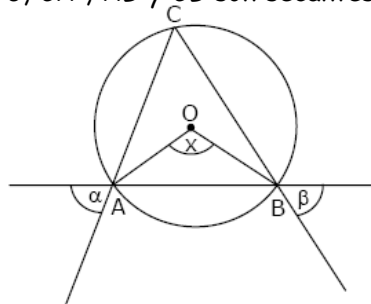


Fig. 6

7. O es centro de la circunferencia de la figura 7, $\angle POQ = \angle QOR = \angle ROS$ y $\angle RSO = 72^\circ$. ¿Cuánto mide el ángulo PTQ ?

- A) 54°
 B) 36°
 C) 35°
 D) 27°
 E) 18°

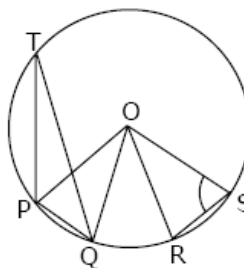


Fig. 7

8. $\angle BC$ es un cuarto de circunferencia con centro en A (fig. 8). Si $BD = AB$, entonces $\angle DAC$ mide:

- A) 15°
 B) 30°
 C) 45°
 D) 60°
 E) 75°

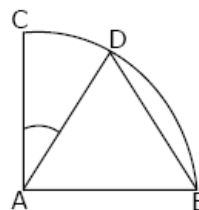


Fig. 8

9. AC y BE son diámetros de la circunferencia de centro O (fig. 9). Si $\angle AOB = 2 \cdot \angle BOC$, entonces el $\angle BDC$ mide:

- A) 30°
 B) 45°
 C) 60°
 D) 120°
 E) No se puede determinar

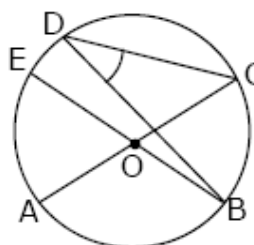


Fig. 9

10. En la figura 10, la circunferencia tiene centro en O . El valor del ángulo x es:

- A) $12,25^\circ$
 B) $12,5^\circ$
 C) 25°
 D) $37,5^\circ$
 E) 50°

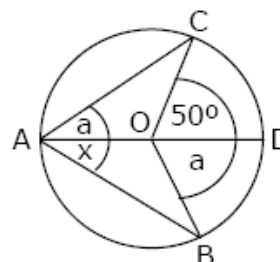


Fig. 10

11. La circunferencia de la figura 11, tiene centro en O . Si el ángulo inscrito ACB mide 20° , ¿cuál es el valor del $\angle ABO$?

- A) 70°
 B) 40°
 C) 35°
 D) 20°
 E) 10°

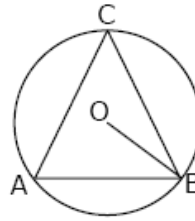


Fig. 11

12. En la circunferencia de centro O (fig. 12), $OD \perp AB$. Si $AC = 3x + 5$ y $BC = x + 15$, entonces AB mide

- A) 5
 B) 10
 C) 15
 D) 20
 E) 40

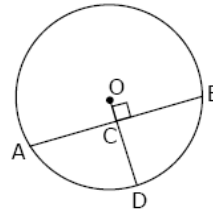


Fig. 12

13. En la figura 13, la circunferencia de centro O está inscrita en el $\triangle ABC$, siendo D , F y E los puntos de tangencia. Si $AD = 4$ cm, $DB = 6$ cm y $CE = 2$ cm, entonces el perímetro del triángulo es

- A) 12 cm
 B) 15 cm
 C) 18 cm
 D) 21 cm
 E) 24 cm

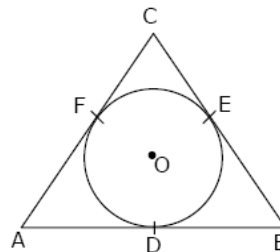


Fig. 13

14. AB es diámetro de la circunferencia de centro O (fig. 14). La medida del $\angle ABC$ se puede determinar si:

- (1) $AB = 2 AC$
 (2) $\angle COB = 2 \angle AOC$
 A) (1) por sí sola
 B) (2) por sí sola
 C) Ambas juntas, (1) y (2)
 D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
 E) Se requiere información adicional

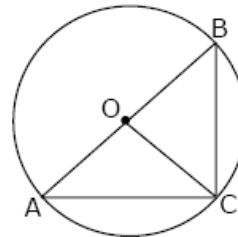


Fig. 14

15. En la circunferencia de centro O de la figura 15, AD y BC son diámetros. Se puede conocer el valor de x si:

- (1) $\angle CA = 110^\circ$
 (2) $\angle ACB + \angle ADB = 70^\circ$
 A) (1) por sí sola
 B) (2) por sí sola
 C) Ambas juntas, (1) y (2)
 D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
 E) Se requiere información adicional

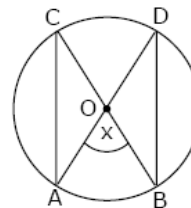


Fig. 15

RESPUESTAS

Ejemplos Págs.	1	2	3
1	E		
2	C	C	
3	C	D	
4	D	A	
5	B	B	C

CLAVES PÁG. 6

- | | | |
|------|-------|-------|
| 1. B | 6. D | 11. A |
| 2. C | 7. E | 12. E |
| 3. A | 8. B | 13. E |
| 4. B | 9. A | 14. D |
| 5. D | 10. B | 15. D |