

liceo para todos

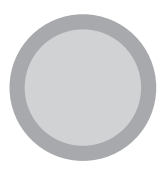
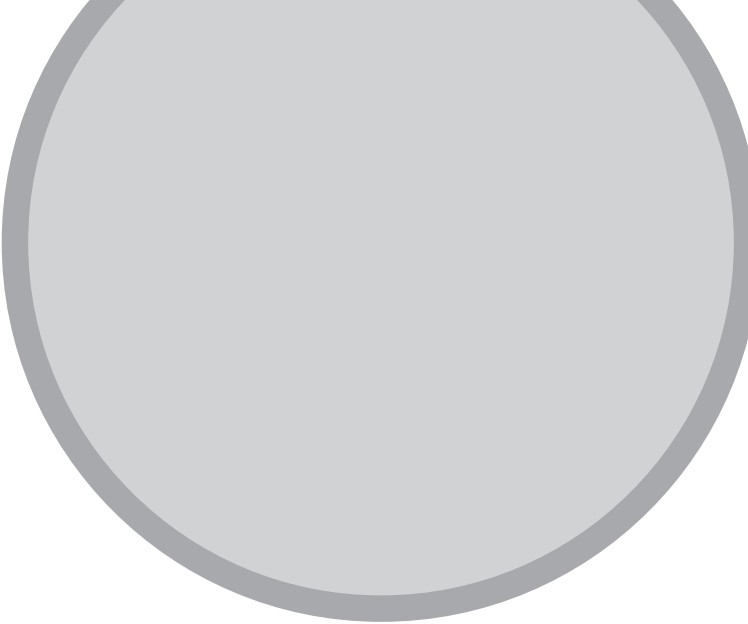
Nivelación Restitutiva

MATEMÁTICA
1º MEDIO

LIBRO DE TRABAJO
“Geometría”



2005





MATERIAL ELABORADO POR
Maite Artiagoitia Alti

COLABORACIÓN DE EDICIÓN 2005
Matías Flores
Andrea Palma



Presentación del Libro de Geometría

¿Sabes que es la geometría? Este libro te permitirá aprender a resolver problemas usando la orientación espacial, distinción entre figuras y cuerpos geométricos, clasificación de ángulos, triángulos y cuadriláteros, cálculo de perímetro, área y aplicaciones del teorema de Pitágoras.

El Libro de geometría se organiza en torno a 9 unidades de contenido, que son: Orientación espacial, cuerpos geométricos, figuras geométricas, clases de ángulos, triángulos, cuadriláteros, perímetro y área, teorema de Pitágoras y área de polígonos. Cada una de estas unidades propone la realización y desarrollo de distintos problemas y actividades de trabajo, incorpora además la resolución de guías de síntesis, donde como tu ya sabes aplicas los contenidos y conceptos aprendidos. Estamos seguros que empleando los aprendizajes que tú has adquirido a lo largo de tu trayectoria escolar con el apoyo pedagógico de tu profesor o profesora, podrás resolverlos adecuadamente.

Para resolver de mejor forma los problemas planteados en este Libro, te sugerimos leerlos y releerlos con atención. Se trata de situaciones que, en muchos casos, cada cual ha vivido y resuelto de distintas maneras.

1. Orientación en el espacio

Problema 1

Partiendo desde un punto en un papel cuadrículado, por ejemplo, una hoja del cuaderno de matemáticas, encuentra la figura siguiendo las siguientes instrucciones. El número indica la cantidad de cuadros y la flecha la dirección.

2 ↓ , 1 ← , 3 ↑ , 2 → , 1 ↑ , 1 ← , 3 ↑ , 3 → , 3 ↓ , 1 ← , 1 ↓ , 2 → , 3 ↓ ,
1 ← , 2 ↑ , 4 ↓ , 1 → , 1 ↓ , 2 ← , 3 ↑ , 1 ← , 3 ↓ , 2 ← , 1 ↑ , 1 → , 4 ↑

¿Qué descubriste? ¿Qué dificultades tuviste? Coméntalas y resuélvelas junto a tu profesor
Si hubieras partido desde otro punto ¿Te servirían las mismas instrucciones para obtener el mismo dibujo?

Problema 2

Inventa un dibujo. Escribe las instrucciones para diseñar el dibujo. Intercambia esas instrucciones con uno o dos compañeros de tu curso.

Problema 3

Imagina la situación siguiente: se incorpora un alumno no vidente y tienes que indicarle oralmente el trayecto que debe seguir desde la puerta del liceo a la puerta de la sala de clases. Escribe tus indicaciones. Luego, el profesor o profesora te indicará con qué compañero o compañera de curso puedes comparar esas mismas indicaciones.

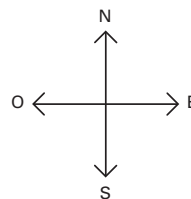
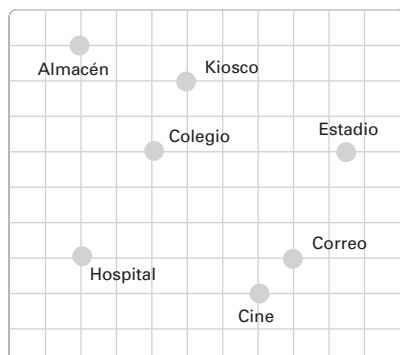
Teniendo en cuenta ambas indicaciones para el trayecto, ¿cuáles son las principales dificultades que se le podría presentar al no vidente? ¿tienen solución? ¿cuáles?

Problema 4

Teniendo en cuenta las indicaciones escritas para el alumno no vidente, dibuja el plano de esa parte de tu liceo. Consulta tus dudas con tu profesor o profesora.

Problema 5

Llegó una familia a la misma cuadra en que tú vives. Su hijo mayor resultó ser compañero de curso. Este es el mapa que le han entregado para que se ubique mejor en el barrio.



- a.- Si parto del colegio y camino 3 cuadras al este y 4 cuadras al sur, ¿a dónde llego?
- b.- Si parto del correo y camino 5 cuadras al norte y 3 cuadras al oeste, ¿a qué lugar llego?
- c.- Caminé 6 cuadras hacia el sur y llegue al hospital, ¿desde dónde partí?
- d.- Desde el colegio camina 6 cuadras ¿qué información falta? Complétala para que la persona llegue al estadio.
- e.- Anota las instrucciones necesarias para que una persona vaya desde el kiosco al correo, pasando por el colegio.
- f.- Anota dos recorridos distintos para ir desde el hospital al estadio.

Problema 6

La distancia en el plano y distancia real, es lo que se llama escala del plano y generalmente está anotada en una de las esquinas del plano.

Si una hormiga camina sobre el lado de un cuadrado de este plano, lo que representa una cuadra, ¿cuántos centímetros camina? Mídalo con una regla.

Si una persona camina una cuadra en la vida real ¿cuántos metros recorre? Averigua la longitud de una cuadra.

Por lo tanto, _____ centímetros en el plano equivale a _____ metros en la realidad.

Completa la siguiente tabla

	Distancia en el plano	Distancia real
Una cuadra		
Dos cuadras		
Cinco cuadras		
Distancia más corta desde el colegio al correo		
Distancia más corta desde el cine al almacén		

Revisen con su profesor o profesora las cifras anotadas en la tabla. Consulten sus dudas.

Guía de síntesis -1- Construcción de un Plano

Hasta aquí has desarrollado 6 problemas, si has tenido dificultades recuerda consultar con tu profesor o profesora cualquier duda, eso te ayudará a avanzar en tu trabajo.

Ahora te invitamos a resolver la guía de síntesis, en ella aplicarás aquellas cosas que has aprendido durante los problemas que has resuelto.

Cómo organizarnos:

De acuerdo a lo determinado por tu profesor o profesora, desarrolla el trabajo siguiente en parejas.

Qué trabajo desarrollaremos:

Se trata de confeccionar un plano que tenga las siguientes características:

- ubicación de tu liceo
- el barrio en que está el liceo
- seleccionar e indicar los lugares más importantes que hay cercanos al liceo.

Que hay que tener en cuenta para desarrollar el trabajo:

- Seleccionar símbolos que te permitan graficar la información
- Elegir una escala que les permita representar el espacio real, y
- Ubicar correctamente los puntos cardinales.

Materiales:

Lápiz grafito
Regla, escuadra
Papel blanco (cartulina, papel mantequilla).

Cualquier duda que les surja consulten su profesor o profesora.







¡Suerte!

2. Cuerpos geométricos

Actividad 1

Relacionemos la geometría con el mundo que nos rodea

Junto a cada cuerpo geométrico escribe algún objeto de tu entorno que tenga la misma forma. Luego, averigua el nombre de cada cuerpo y clasifícalos entre los que ruedan y los que no ruedan. Diremos que un cuerpo rueda, aunque sea suavemente, a condición de que mantenga un punto de apoyo sobre la superficie sobre la cual rueda.

Dibujo	Se parece a	Nombre del cuerpo	Rueda o no rueda
			
			
			
			
			
			

¿Qué tienen en común los cuerpos que ruedan?

¿Qué tienen en común los cuerpos que no ruedan?

Actividad 2

Este trabajo es para hacerlo en parejas. Tu profesor o profesora designará los grupos. Posteriormente, se compartirán los resultados con el curso.

Para la construcción de cuerpos geométricos necesitarás los siguientes materiales:

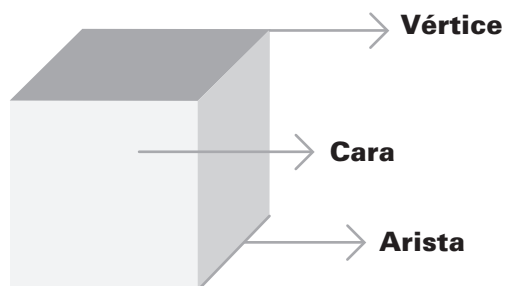
- Palos de fósforos
- Bombillas
- Plasticina

- 1.- Escuchen con atención las indicaciones de su profesor o profesora para construir el “esqueleto” de un cubo usando palitos y uniéndolos con plasticina.
- 2.- Luego, realicen esas construcciones para los otros cuerpos geométricos.
- 3.- ¿Hay algunos que no pueden ser reproducidos de esta manera? ¿Cuáles? ¿Por qué?
- 4.- Utilizando un triángulo formado con palitos como base, formen todos los cuerpos geométricos que sea posible agregando más palitos. Conversen con su profesor o profesora a fin de que les dé sugerencias e ideas al respecto.
- 5.- Repite la actividad anterior con un cuadrado.
- 6.- Utilizando un rectángulo como base, formen todos los cuerpos geométricos que sea posible agregando más palitos.
- 7.- Investiguen

Con el material disponible, investiguen qué respuestas pueden dar a las preguntas siguientes:

- ¿Se podrá formar un cuerpo con 6 palitos y 4 bolitas de plasticina?
- ¿Se podrá con 9 palitos y 6 bolitas de plasticina?
- ¿Cuál es el número mínimo de palitos y bolitas para formar un cuerpo geométrico?

Observa el siguiente diagrama



Hecha la observación

¿Qué representan, a juicio de ustedes, las pelotitas de plasticina?

¿Qué representan los palitos dentro del cuerpo?

Si forramos estos esqueletos, ¿qué representarían el papel usado para el forro? Resuelvan sus dudas y consultas con su profesor o profesora.

Actividad 3

Ahora completa la siguiente tabla. Guíate por el ejemplo.

Cuerpo	Número de vértices	Número de aristas	Número de caras planas	Número de caras curvas
Cubo	8	12	6	0
Prisma Rectangular				
Cilindro				
Prisma Triangular				
Esfera				
Pirámide Triangular				
Pirámide Cuadrada				
Cono				

Aplicando lo aprendido...

¿Adivinen quién soy?

Tengo sólo una cara plana _____

Todas mis caras son cuadradas _____

Soy el número de caras de un prisma _____

No tengo caras planas _____

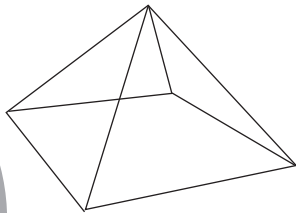
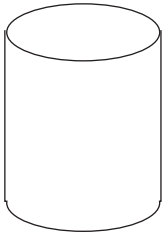
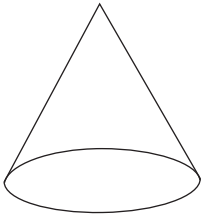
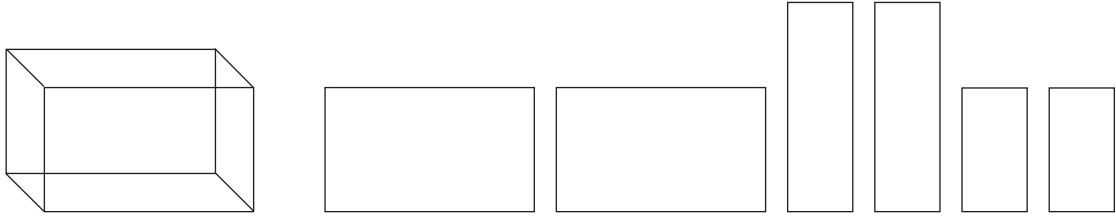
Mis caras son triángulos _____

Tengo 6 caras _____

Puedo rodar _____

Actividad 4

Para cada cuerpo, dibuja la figura de todas las caras que lo forman. Guíate por el ejemplo:



Guía de síntesis 2 - Construcción de un juguete

Hasta aquí has desarrollado 4 actividades, si has tenido dificultades recuerda consultar con tu profesor o profesora cualquier duda, eso te ayudará a avanzar en tu trabajo.

Ahora te invitamos a resolver la guía de síntesis, en ella aplicarás aquellas cosas que has aprendido durante los problemas que has resuelto.

Cómo organizarnos:

Hay que organizarse en grupos de 3 personas. Consulta con tu profesor o profesora si tiene alguna estructura predefinida.

Qué trabajo desarrollaremos:

Deberán confeccionar un juguete formado con cuerpos geométricos, que cumpla con las siguientes características:

Estar compuesto por cuerpos redondos y no redondos

Tener al menos dos cuerpos redondos distintos

Tener al menos uno de cada uno de los siguientes cuerpos: cubo, prisma, pirámide.

No hay límite para la cantidad de cuerpos.

Pueden armar ustedes los cuerpos partiendo de las redes (te adjunto algunas) o usar material de desecho (cajas, tubos, etc.)

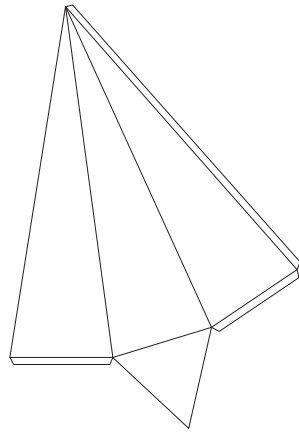
Que hay que tener en cuenta para desarrollar el trabajo:

Deberás ponerle un nombre y presentarlo al curso con un afiche promocional que indique los cuerpos utilizados, edad para la cual el juguete fue diseñado, entre otras características.

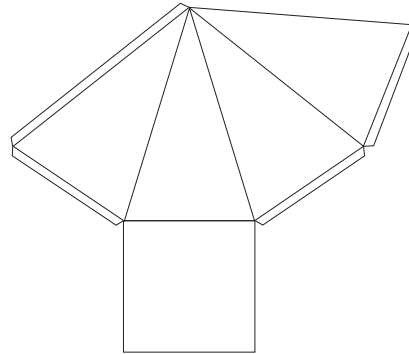
Luego, el grupo elabora un diseño del juguete dibujado en papel, especificando las medidas aproximadas e indicando la cantidad de cada cuerpo que se utilizó.

Materiales:

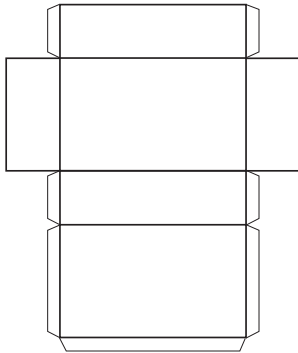
- Cartón
- Tijeras
- Papel de colores o témpera
- Pegamento
- Materiales de desecho
- Plasticina o greda
- Y mucha imaginación



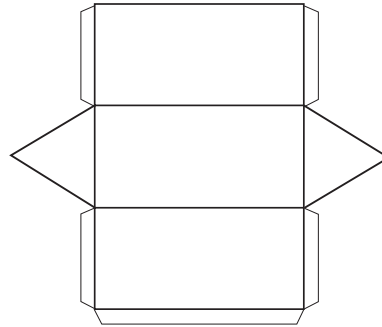
Pirámide triangular



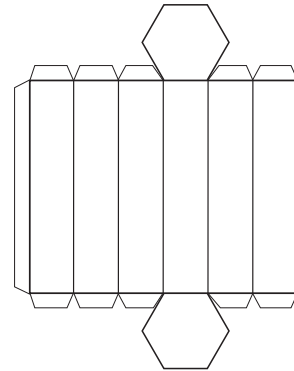
pirámide cuadrada



paralelepípedo



prisma de base triangular



prisma de base hexagonal

Cualquier duda que les surja consulten su profesor o profesora.


¡Suerte!

3. Figuras Geométricas

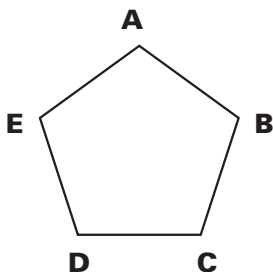
Te habrás dado cuenta que las caras de los cuerpos geométricos son figuras que podemos estudiar en el plano. Pueden ser figuras redondas o polígonos, es decir, figuras cerradas formadas por segmentos rectos. A continuación centraremos la atención en los **polígonos convexos**. Los polígonos se clasifican de acuerdo a su número de lados.

Actividad 1

Investiga y completa

Dibujo	Número de Lados	Número de Vértices	Nombre
			
			Cuadrilátero
	5		
	6		
			Octágono
	10		

Revisemos algunos elementos de los polígonos: **vértices, lados, ángulos interiores**



Se lee: polígono ABCDE

Vértices A, B, C, D, E,

Lados AB, BC, CD, DE, EA

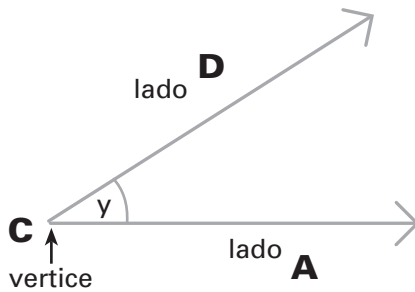
Ángulos interiores \sphericalangle EAB, \sphericalangle ABC, \sphericalangle BCD, \sphericalangle CDE, \sphericalangle DEA

Completa :

_____ es el punto de intersección de dos lados consecutivos.
_____ son los segmentos que unen dos vértices consecutivos.
Ángulo interior, está formado por dos _____ consecutivos.

Estudiamos con más detalle los ángulos.

Algunos ejemplos: el ángulo formado por las manecillas del reloj, el ángulo que se forma al abrir una tijera o el ángulo formado por las orillas de una hoja de papel.



El ángulo se anota con el símbolo \sphericalangle
Hay tres formas de nombrarlo \sphericalangle DCA ó \sphericalangle ACD (siempre la letra del vértice al medio) o también \sphericalangle C
También se usan las letras del alfabeto griego en su interior.
 α = alfa β = beta
 γ = gama δ = delta

Actividad 2

Averigua

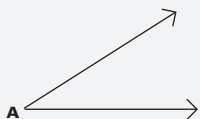
- Si quieres dibujar una circunferencia ¿qué instrumento geométrico tendrías que usar?
- ¿Qué instrumento geométrico necesitas para dibujar un cuadrado?
- ¿Con qué instrumento se miden los ángulos? y ¿en qué unidades se miden?

4. Clases de ángulos

Diremos que el ángulo que encuentras en la esquina de un papel o el mayor ángulo de una escuadra es un ángulo recto y mide 90° . Se dice que los lados de los ángulos rectos son rayos perpendiculares. El símbolo de perpendicular es \perp

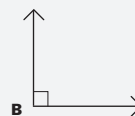
Los ángulos se pueden clasificar de acuerdo a su medida en:

ángulo agudo : $0^\circ < \sphericalangle A < 90^\circ$



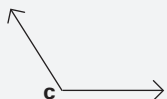
Ej: abertura de las tijeras antes de cortar, abertura de las piernas al caminar.

ángulo recto : $\sphericalangle B = 90^\circ$



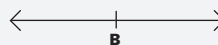
Ej: las manecillas del reloj a las tres, la esquina del pizarrón.

ángulo obtuso: $90^\circ < \sphericalangle C < 180^\circ$



Ej: las manecillas del reloj a las 10:15, en un colgador de ropa, los alambres de arriba

ángulo extendido: $\sphericalangle D = 180^\circ$

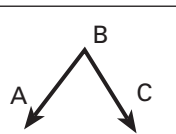


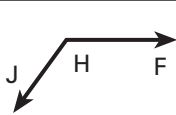
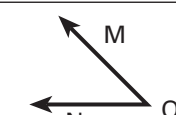


Ej: tu cuerpo tendido en el suelo, una recta numérica


Actividad 1

Aplica

Completa la siguiente tabla, usa tu escuadra u otro ángulo recto para comparar los ángulos y clasificarlos entre agudos, rectos u obtusos.

Ángulo	Vértice	Lados	Nombre	Tipo de ángulo
	Punto: <u> B </u>	\overline{BA} \overline{BC}	\sphericalangle <u> CBA </u> o \sphericalangle <u> ABC </u>	<u> AGUDO </u>
	Punto: <u> </u>	<u> </u> <u> </u>	\sphericalangle <u> </u> o \sphericalangle <u> </u>	<u> </u>
	Punto: <u> </u>	<u> </u> <u> </u>	\sphericalangle <u> </u> o \sphericalangle <u> </u>	<u> </u>
	Punto: <u> </u>	<u> </u> <u> </u>	\sphericalangle <u> </u> o \sphericalangle <u> </u>	<u> </u>
	Punto: <u> </u>	<u> </u> <u> </u>	\sphericalangle <u> </u> o \sphericalangle <u> </u>	<u> </u>

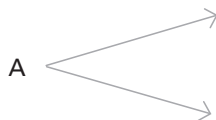
Actividad 2

Construye 

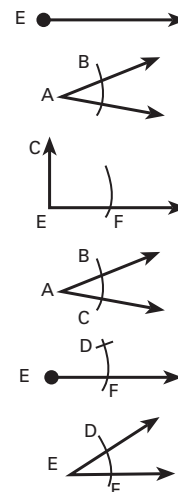
Vamos a ver cuáles son los pasos a seguir para copiar un ángulo. Al copiar un ángulo interesa la medida y no la posición.

Necesitarás una regla y un compás.

Para copiar el \sphericalangle A



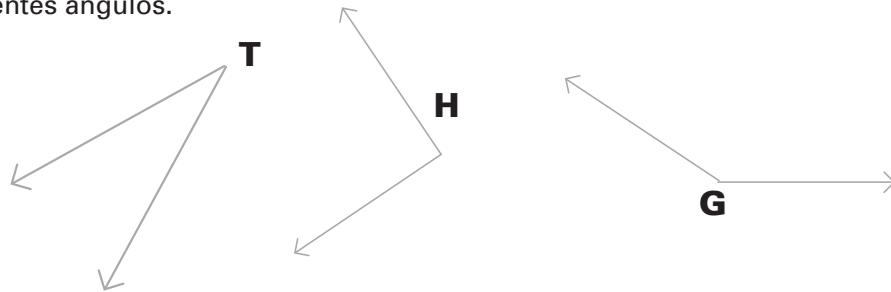
1. Con una regla dibuja un rayo cualquiera. Nombra el vértice con la letra E.
 2. Pon la punta del compás en el punto A y con una abertura cualquiera, que no sea mayor que la longitud del rayo que dibujaste, dibuja un arco que corte los dos lados del ángulo. Nombra estos puntos como B y C.
 3. Con la misma abertura, pon el compás en E y dibuja un arco (parte de una circunferencia) amplio, que intersecte al rayo en un punto; llámalo F.
 4. Usa el compás para medir desde B a C.
 5. Con la misma abertura, pon el compás en el punto F y dibuja un arco que intersecte el arco que dibujaste en el paso 3. Nombra el punto de intersección como D.
 6. Para completar el ángulo, une E con D.
- Así la medida del \sphericalangle BAC = medida \sphericalangle DEF



Actividad 3

Ejercita

Copia los siguientes ángulos.

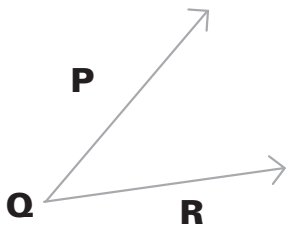


Dibuja tres ángulos más, intercámbialos con un compañero para copiarlos.

¿Cómo se podría comprobar que el ángulo "copiado" tiene la misma medida del ángulo original?

Atrévete

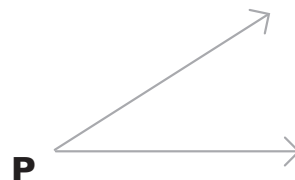
Copia el \sphericalangle PQR en este espacio, de modo que el vértice del nuevo ángulo sea también Q, y que compartan el lado \overline{QR} . Nómbralo \sphericalangle RQS



¿Cómo es la medida del \sphericalangle PQR con la medida del \sphericalangle RQS?

¿Cómo es la medida del \sphericalangle PQR con respecto a la medida del \sphericalangle PQS?

El rayo QR es la **bisectriz** del \sphericalangle PQS ya que lo dividió en dos partes iguales.



Actividad 4

Construye



La bisectriz de un ángulo.

Para trazar la bisectriz del $\sphericalangle P$

1. Pon el compás en el punto P y dibuja un arco que intersecte los dos lados del ángulo. Llama estos puntos Q y R
2. Pon el compás en el punto Q y con una abertura cualquiera, dibuja un arco en el interior del ángulo.
3. Con la misma abertura, pon el compás en el punto R y dibuja un arco que intersecte el arco del dibujado en el punto 2. Llama a esta intersección W.
4. Dibuja el trazo PW. Este trazo es la bisectriz del $\sphericalangle QPR$.
medida $\sphericalangle QPW =$ medida $\sphericalangle WPR$

Practica: dibuja un ángulo agudo, uno recto y uno obtuso. Traza la bisectriz de cada uno.

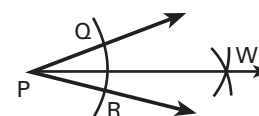
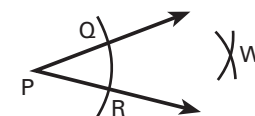
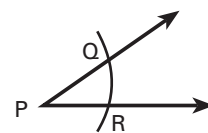
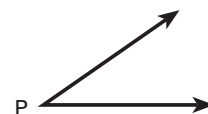
¿Cómo podrías comprobar que estén bien trazadas?

Si dos rectas no se cortan, es decir la distancia entre ellas es siempre la misma, diremos que son **rectas paralelas**, en símbolo //.

Relaciona:

Observa tu sala de clases y nombra pares de rectas, o segmentos paralelos.

Nombra pares de calles paralelas de tu ciudad.



5. Triángulo

Polígono de 3 lados, 3 vértices y 3 ángulos. Éstos son los **elementos principales**.

Completa
Vértices: _____
Lados: _____
Ángulos interiores: _____

Algunos de los **elementos secundarios** son: Bisectrices y Alturas, los estudiaremos más adelante.



Actividad 1

Descubre

1. Dibuja un triángulo cualquiera.
2. Pinta los ángulos interiores con distintos colores y nómbralos con las letras griegas α , β , γ .
3. Recorta el triángulo.
4. Recorta el triángulo en tres partes de modo que obtengas los 3 ángulos interiores.
5. Ubica el ángulo α en tu cuaderno. Luego ubica el ángulo β , haciendo coincidir el vértice y un lado del ángulo α . Y por último, ubica γ , a continuación de β .

¿Qué ángulo forman entre los 3?

¿Cuánto mide este ángulo?

Repite esta actividad con otro triángulo que sea distinto del anterior.

El ángulo que se forma ¿es el mismo que en el caso anterior?

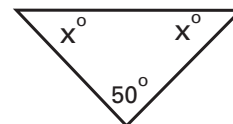
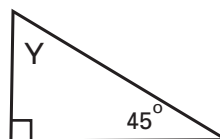
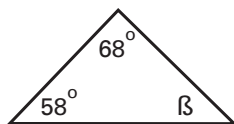
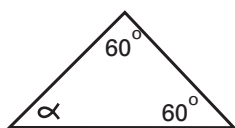
Completa

En todo triángulo se cumple que
 $\alpha + \beta + \gamma = \underline{\hspace{2cm}}$

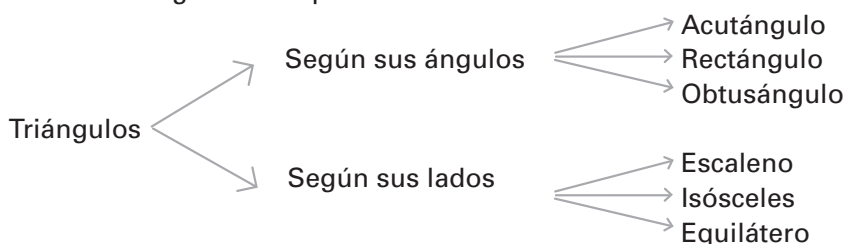
Actividad 2

Aplica

Encuentra la medida de los ángulos que faltan.



Hay dos formas para clasificar los triángulos, dependiendo del elemento que se considera. Observa el siguiente esquema



Contesta y da un ejemplo que compruebe o rechace la afirmación en cada caso.

1. ¿Es posible que un triángulo tenga todos sus ángulos agudos?
2. ¿Es posible que un triángulo tenga un ángulo recto y uno obtuso?
3. ¿Es posible que un triángulo tenga todos sus ángulos obtusos?
4. Encuentra las 3 combinaciones posibles para los ángulos interiores de un triángulo.

Actividad 3

Investiga y completa

Los triángulos se pueden clasificar de acuerdo a la medida de sus ángulos interiores en

Acutángulo: es aquel que _____

Rectángulo: es aquel que _____

Obtusángulo: es aquel que _____

Actividad 4

Necesitarás bombillas de bebida o palitos y tijeras.

Júntate con un compañero y corten una bombilla de cada una de las siguientes medidas 2 cm., 5 cm., 7 cm., 10 cm. y 13cm.

Formen todos los triángulos posibles con estas bombillas como lados, registren sus resultados en una tabla como esta

Lado 1	Lado 2	Lado 3	¿Es posible?
2	5	7	

¿Siempre fue posible construir el triángulo?

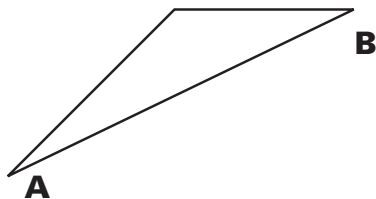
¿Cuándo sí?

¿Cuándo no?

¿Qué condición deben cumplir los lados de un triángulo para que éste realmente exista?

Actividad 5

Relaciona



Mide con una regla los lados de cada uno de los siguientes triángulos y luego completa

Medida AB = _____

Medida BC = _____

Medida CA = _____

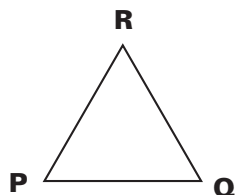
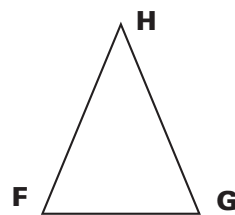
Si comparas las medidas de los lados, podemos decir que el triángulo ABC es **escaleno** porque

Medida FG = _____

Medida GH = _____

Medida HF = _____

Si comparas las medidas de los lados, podemos decir que el triángulo FGH es **isósceles** porque



Medida PQ = _____

Medida QR = _____

Medida RP = _____

Si comparas las medidas de los lados, podemos decir que el triángulo PQR es **equilátero** porque

Actividad 6

Construye



1. Dibuja un triángulo acutángulo (te será más fácil si no es muy chico).
2. Dibuja las 3 bisectrices de los ángulos interiores. Usa diferentes colores.
3. ¿Se juntan todas en un punto?
4. Pon el compás en el punto de intersección y mide la distancia a uno de los lados del triángulo.
5. Con esta abertura y centro el punto de intersección de las bisectrices, dibuja una circunferencia.
6. ¿Qué observas?
7. ¿Resultará igual si el triángulo es rectángulo? ¿y si es obtusángulo? Compruébalo.

Las bisectrices de un triángulo son rayos que _____ los ángulos interiores de un triángulo y se cortan en un punto llamado _____.

Actividad 7

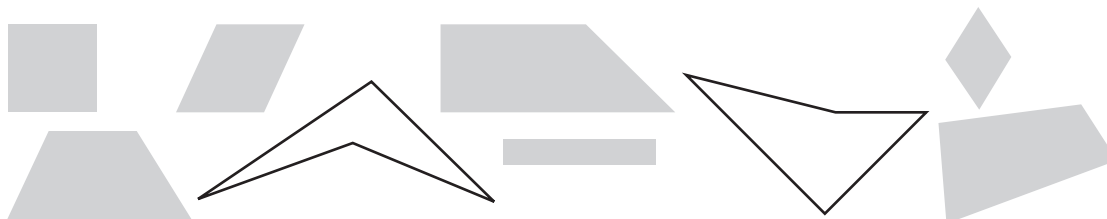
Construye

Vamos a dibujar la **altura** de un triángulo.

1. Dibuja un triángulo acutángulo ABC
2. Primero dibujaremos la altura desde el vértice B.
3. Pon el compás en el punto B y dibuja un arco que intersecte al lado AC (o a su prolongación). Nombra estos puntos, D y E.
4. Pon el compás en el punto D y dibuja un arco en el lado contrario de B. Con la misma abertura, pon el compás en el punto E y dibuja un arco que intersecte el anterior.
5. Con una regla une el vértice B con el punto de intersección de los dos arcos.
6. El punto de intersección de esta línea con el lado AC corresponde a la **altura**.
7. Traza las alturas desde los otros vértices. Usa lápices de colores.
8. ¿Se cortan todas las alturas en un mismo punto?
9. Repite este procedimiento con un triángulo rectángulo y uno obtusángulo.
10. ¿Qué observas? ¿Qué dificultades tuviste? Comenta con tus compañeros.
11. ¿Qué tipo de ángulo es el que forma la altura con el lado que intersecta?
12. Escribe una definición de **altura**.

6. Cuadrilátero

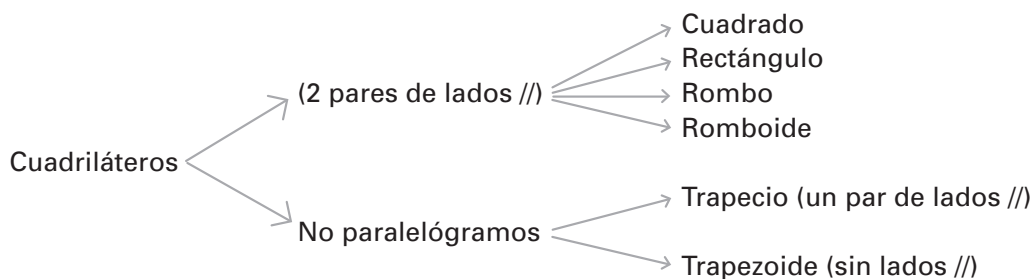
Todas estas figuras son cuadriláteros



Los cuadriláteros tienen 4 vértices, 4 lados, 4 ángulos interiores. Dos vértices, lados o ángulos de un cuadrilátero pueden ser consecutivos u opuestos.

Estudiaremos sólo los cuadriláteros **convexos** (en los ejemplos son los que están pintados)

Observa el siguiente esquema de clasificación de cuadriláteros



Actividad 1

Investiga y dibuja:

Investiga las características de: cuadrado, rectángulo, rombo, romboide y trapecios para poder dibujar lo que se pide a continuación:

- Dibuja un rombo y un cuadrado, ¿en qué se parecen?, ¿en qué se diferencian?
- Dibuja un rectángulo y un romboide, ¿en qué se parecen?, ¿en qué se diferencian?
- Dibuja un trapecio rectángulo, un trapecio isósceles, y un trapecio escaleno.
- Dibuja un cuadrilátero que cumpla con estas condiciones. Si hay más de un cuadrilátero que cumpla estas condiciones, dibújalos todos. Si no existe ninguno que cumpla con lo pedido, escribe "No es posible":

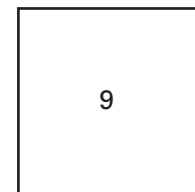
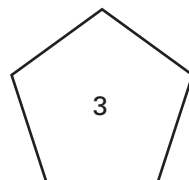
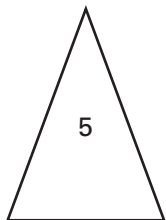
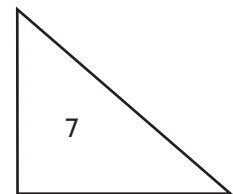
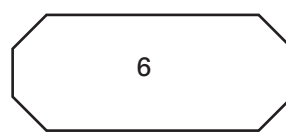
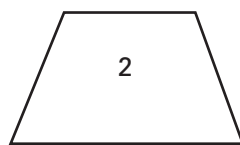
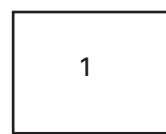
- Dos lados de igual medida
- Exactamente tres ángulos obtusos
- Cuatro ángulos obtusos
- Exactamente tres lados de igual medida
- Dos lados opuestos de igual medida
- Cuatro lados congruentes
- Solo dos ángulos rectos

7. Perímetros y áreas

Actividad 1

Para cada una de las siguientes figuras, mide cada uno de los lados en cm. Además con un cordel o lana rodéala siguiendo el contorno de la figura, mide el cordel y luego completa la siguiente tabla.

Figura	Medidas de sus lados	Medida de su contorno	Suma de sus lados
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			



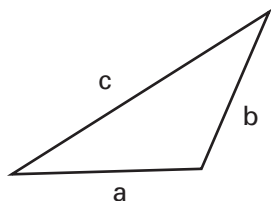
Llamaremos **perímetro** a la medida del contorno de una figura. Corresponde a la suma de las medidas de sus lados

Actividad 2

Ejercita

Haz un dibujo cuando lo creas necesario. Luego, guiados por tu profesor o profesora, revisen sus resultados con los del resto del curso.

1. ¿Cuánto mide el perímetro de un triángulo de lados 3 cm., 5 cm. y 7 cm.?
2. ¿Cuánto mide el perímetro de un triángulo equilátero de lado 7 cm.?
3. ¿Cuánto mide el perímetro de un triángulo de lados a , b y c ?



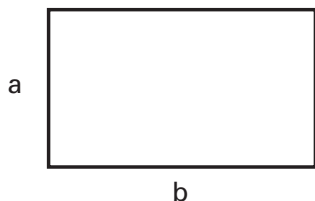
Este ejercicio te dará la fórmula general para el perímetro de un triángulo cualquiera.

4. El perímetro de un triángulo es 18 cm. Dos de sus lados miden 5 y 7 cm., ¿cuánto mide el otro?
5. Los lados de un triángulo son x , $2x$ y $3x$, si su perímetro es 60 cm. ¿cuánto miden sus lados?
6. ¿Cuánto es el perímetro de un cuadrado de lado 12 cm.
7. ¿Cuánto mide el perímetro de un cuadrado de lado 125 cm.?
8. ¿Cuánto mide el perímetro de un cuadrado de lado a ?



Este ejercicio te dará la fórmula general para el perímetro de un cuadrado.

9. ¿Cuánto mide el lado de un cuadrado de perímetro 84 cm.?
10. Una persona desea poner dos vueltas de alambre púa para cerrar un potrero cuadrado de 15 m. de lado ¿Cuántos metros de alambre debe comprar?
11. ¿Cuál es el perímetro de un rectángulo de lados 5 cm. y 8 cm.?
12. ¿Cuál es el perímetro de un rectángulo de lados 52 cm. y 75 cm.?
13. ¿Cuál es el perímetro de un rectángulo de lados a y b ?



Este ejercicio te dará la fórmula general para el perímetro de un rectángulo.

14. El perímetro de un rectángulo es 68 cm., si uno de sus lados mide 20 cm. ¿cuánto mide el otro?
15. El largo de un rectángulo es el doble del ancho, si su perímetro es 96 cm. ¿cuánto miden sus lados?
16. Los lados de un rectángulo son múltiplos de 10, si su perímetro es 100 cm., ¿cuáles son todas las posibilidades de medidas para sus lados?

8. Teorema de Pitágoras

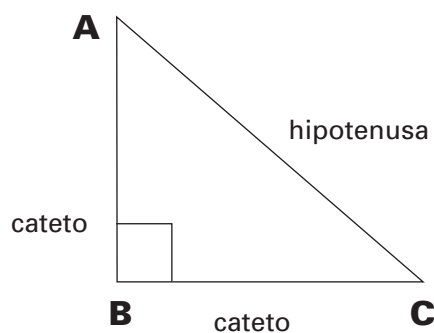
El teorema de Pitágoras nos ayudará a encontrar las medidas de los lados de un **triángulo rectángulo**.

Los lados del triángulo rectángulo tienen nombres especiales

△ ABC es rectángulo en B

Catetos: AB y BC

Hipotenusa AC



Actividad 1

Descubre

Para estos ejercicios necesitarás de una regla:

1. Con una regla graduada en centímetros, dibuja triángulos rectángulos con las medidas de los catetos dados en la tabla. Luego mide el largo de la hipotenusa en cada caso. Registra tus medidas en la tabla.
2. Completa la siguiente tabla. La medida de los catetos está representada por a y b , la hipotenusa por c.

Medida de los catetos		Medida de la hipotenusa	Calcula usando las medidas de a, b y c	
a	b	c	$a^2 + b^2$	c^2
3	4	5	$9 + 16 = 25$	25
5	12			
6	8			
7	24			
9	12			

Compara las dos últimas columnas. ¿Qué relación se cumple para $a^2 + b^2$ y c^2 ?

Esto es lo que nos dice el teorema de **Pitágoras**: si las medidas de los catetos en un triángulo rectángulo son a y b y la medida de la hipotenusa es c entonces:

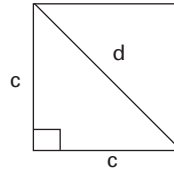
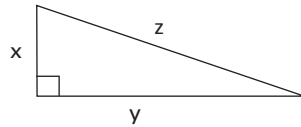
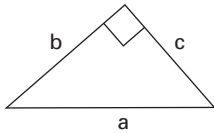
$$a^2 + b^2 = c^2$$

Si se conocen las medidas de dos de los lados en un triángulo rectángulo, esta ecuación puede usarse para encontrar la medida del otro lado.

Actividad 2

Ejercita:

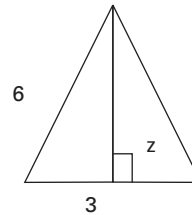
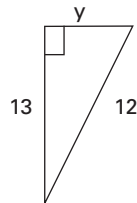
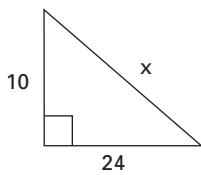
1.- Usa el Teorema de Pitágoras para escribir una ecuación relacionando las medidas de los tres lados de cada triángulo rectángulo.



2.- Determina si la ecuación $x^2 + y^2 = z^2$ se cumple para los siguientes valores de las variables

- a) $x = 6, y = 7, z = 9$
- b) $x = 5, y = 12, z = 13$
- c) $x = 20, y = 21, z = 29$
- d) $x = 12, y = 14, z = 20$

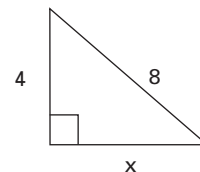
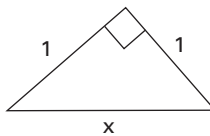
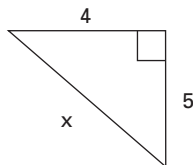
3.- Encuentra la medida que falta. Calcula además el perímetro en cada caso. Todas las medidas están hechas en cm.



4.- Si a y b son las medidas de los catetos y c la medida de la hipotenusa en un triángulo rectángulo, completa la tabla con la medida que falta, usa una calculadora si la necesitas:

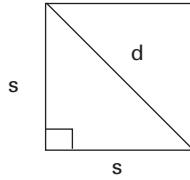
a	b	c
7	24	
	48	50
9		15
10		26
	48	50
	36	39

5.- Encuentra el valor de x , aproxímalo al decimal más cercano. Usa una calculadora



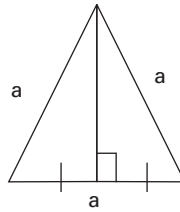
6.- Calcula la diagonal **d** de un cuadrado dada la medida **s** de su lado.

- a) $s = 1$
- b) $s = 2$
- c) $s = 3$
- d) $s = 4$
- e) $s = 5$
- f) $s = p$



7.- La altura en triángulo equilátero llega al punto medio del lado opuesto. Encuentra la medida de la altura dada la medida del lado.

- a) $a = 2$
- b) $a = 4$
- c) $a = 6$
- d) $a = 8$
- e) $a = 10$
- f) $a = q$



9. Áreas de polígonos

El área se refiere a la medida de la superficie y se mide en cm^2 , m^2 , etc.
Hay dos postulados claves para el cálculo de áreas:

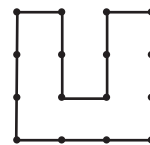
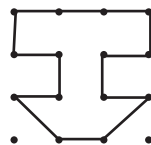
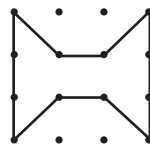
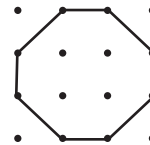
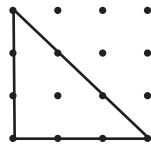
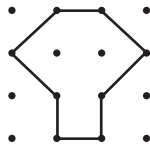
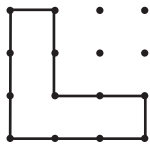
- Polígonos congruentes tienen la misma área.
- El área de una región poligonal es igual a la suma de las áreas de las regiones no superpuestas que forman dicha región.

Actividad 1

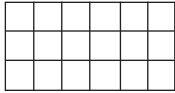
Ejercita

Si el área de un \square representa 1 cm^2 , el área de cada \triangle representa 0.5 cm^2

Calcula el área en cm^2 y el perímetro en cm . de cada región poligonal.



Relaciona



Para calcular el área de un rectángulo podemos:

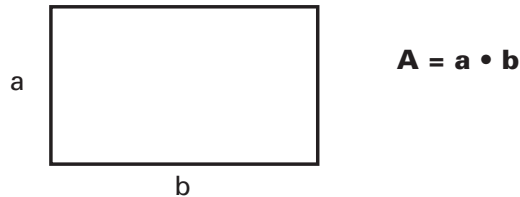
Contar todos los cuadrados

Contar los cuadrados en una fila y multiplicarlo por el número de filas. Lo que es equivalente a medir un lado y multiplicarlo por la medida del otro lado.

En nuestro caso

$$5 \cdot 3 = 15 \text{ cm}^2$$

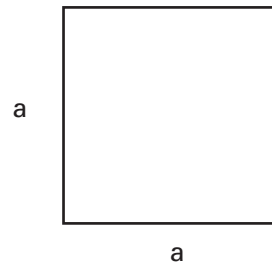
Y en general, si la medida de los lados de un rectángulo son a y b



¿Cuál es el área de un cuadrado?

Considera un "rectángulo" especial, de modo que sus dos lados midan lo mismo,

$$A = a \cdot a$$
$$A = a^2$$



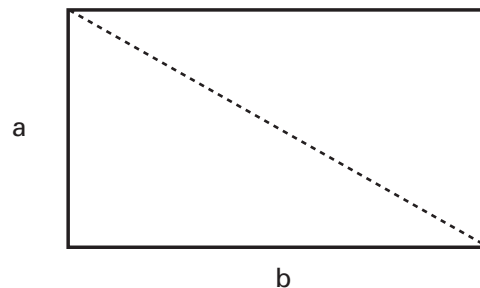
¿Cuál es el área de un triángulo?

Considera un rectángulo que se ha dividido en dos triángulos rectángulos.

Completa

A rectángulo =

A triángulo rectángulo =



Actividad 2

Ejercita

Recuerda que puedes hacer un dibujo cuando lo necesites

- 1.- ¿Cuál es el área de un rectángulo de 15 cm. de largo por 20 cm. de ancho? ¿Cuál es su perímetro?
- 2.- ¿Cuál es el área de una cancha de fútbol? Averigua sus medidas.
- 3.- Una ventana cuadrada mide 55 cm. de lado ¿Cuál es el área del vidrio?
- 4.- Un rectángulo mide 7cm. de largo y 4 cm. de ancho. Dibuja otro rectángulo cuyas medias sean el doble de la anterior.
 - a) ¿Cuál es el perímetro de la figura pequeña?
 - b) ¿Cuál es el perímetro de la figura ampliada?
 - c) ¿En qué razón están sus lados?
 - d) ¿En qué razón están sus perímetros?
 - e) ¿En qué razón están sus áreas?
- 5.- Un rectángulo de lados 6 cm. y 4 cm. es reducido en la razón 2:1 ¿En qué razón disminuye el perímetro? ¿y el área?
- 6.- Un cuadrado tiene área igual a 144 cm^2 ¿cuál es la longitud del lado del cuadrado? ¿y su perímetro?
- 7.- Calcula el área y el perímetro de las siguientes figuras. Todas las medidas están hechas en cm. Usa calculadora si lo necesitas.

