TRABAJO GRUPAL N°2

1. *Sea R una relación de A en A, explique con precisión que quiere decir* :

(*a*) *R no es reflexiva*
(*b*) *R no es transitiva*
(*c*) *R no es simétrica*
¿Es lo mismo decir que una relación no es simétrica o que es antisimétrica?

2. *Considere el conjunto* $A = \{a, b, c, d, e\}$ *y las siguientes relaciones* :
$R_1 = \{(a, a), (b, b), (c, c), (a, b), (c, d), (d, d), (e, e)\}$
$R_2 = \{(a, a), (a, b), (b, a), (a, c), (d, e)\}$
decida si ellas son reflexivas, simétricas, transitivas, antisimétricas o asimétricas.

3. (*a*) *Demuestre que una relación reflexiva R de E en E, es a la vez simétrica y antisimétrica si y solo si* $R = Id_E$

(*b*) *En* $E = \{a, b, c, d\}$, *construir un ejemplo de relación en cada uno de los siguientes casos* :

(*i*) *Simétrica y no antisimétrica.*
(*ii*) *No simétrica y antisimétrica.*
(*iii*) *No simétrica y no antisimétrica.*

4. (*a*) *Determine la falla del razonamiento siguiente que pretende demostrar que* :
"Toda relacion simétrica y transitiva, es reflexiva".

> Sea R una relación en A, simétrica y transitiva.
> Sean $x \in A$, $y \in A$, entonces como R es simétrica se tiene:
> $xRy \Rightarrow yRx$
> pero como R es transitiva, se tiene que:
> $xRy \wedge yRx \Rightarrow xRx$
> Lo que demuestra que R es reflexiva.

(*b*) *Probar con un contraejemplo en el conjunto* $A = \{a, b, c, d\}$, *que una relación simétrica y transitiva no es necesariamente reflexiva.*

(*c*) *Probar que una relación R en A simétrica y transitiva, tal que además* :
$\forall\ x \in A,\ \exists\ y \in A$ *tal que xRy, es reflexiva.*

5. *Considere la relación de inclusión en el conjunto* $P(E)$

(*a*) *Demuestre que* $\exists\ A \in P(E)$ *tal que* $\forall\ B \in P(E), A \subseteq B$.
(*b*) *Demuestre que* $\exists\ B \in P(E)$ *tal que* $\forall\ A \in P(E), A \subseteq B$.
(*c*) *Determine y demuestre las propiedades que tiene esta relación de inclusión.*

6. *Decida cuáles de las siguientes relaciones son de equivalencia sobre los conjuntos indicados*

(a) "Es semejante a" *para el conjunto T de todos los triángulos del plano.*
(b) "Tiene igual radio que" *para todas las circunferencias del plano.*
(c) "Tiene el mismo número de vértices que" *para el conjunto de todos los poligonos del plano.*

7. *Demostrar que la relación* "es factor de" *para el conjunto $\mathbb{N}$ es reflexiva, transitiva, pero no simétrica*

8. *Considere el conjunto* $A = \{1, 2, 3, 4\}$ *y la relación definida por* :

$$R = \{(1, 2), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (1, 2), (2, 1), (4, 1), (1, 4), (2, 4), (4, 2)\} \subseteq A \times A$$

(a) *Demuestre que R es una relación de equivalencia.*
(b) *Encuentre todas las clases de equivalencia.*
(c) *Defina* A/R

9. *En el conjunto $\mathbb{Z}$ se define la siguiente relación* :

$$aRb \Leftrightarrow a^2 + a = b^2 + b$$

(a) *Demuestre que R es una relación de equivalencia.*
(b) *Encuentre todas las clases de equivalencia.*
(c) *Defina* $\mathbb{Z}/R$

10. *En el conjunto $\mathbb{Z}$ se define la siguiente relación* :

$$xRy \Leftrightarrow x - y \text{ es múltiplo de } 7$$

(a) *Demuestre que es una relación de equivalencia.*
(b) *Determinar las clases de equivalencia de* $0, 7, -15$ *y* 24
(c) *Defina* $\mathbb{Z}/R$