

Evaluación Unidad I: Números reales

- 1) Demuestre las siguientes propiedades de los números reales, propuestas en la tutoría:
- (a) El elemento neutro para el producto es único.
 - (b) El inverso multiplicativo de un número real es único.
 - (c) La ecuación $ax = b$, con $a \neq 0$, tiene una única solución en \mathbb{R} . Está dada por $x = ba^{-1}$.
 - (d) Dado $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $(a^{-1})^{-1} = a$.
- 2) Cada una de las siguientes igualdades es verdadera en el sistema de los números reales. Indique la razón de su veracidad, respecto de los axiomas y propiedades vistos.
- (a) $2 + (3 + 5) = (2 + 5) + 3$.
 - (b) $0 + 5 = 5$.
 - (c) $(x + y) + z = z + (y + x)$.
 - (d) $(x + 2) \cdot y = y \cdot x + 2 \cdot y$.
- 3) Dadas las siguientes secuencias de igualdades, determine los axiomas y las propiedades que las hacen correctas:

(a) Dados $a, b \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned}(ab) + (a(-b)) &= a \cdot (b + (-b)) \\ &= a \cdot 0 \\ &= 0\end{aligned}$$

(b) Dados $x, y \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned}(1 - x)y + yx &= (1 \cdot y + (-x)y) + yx \\ &= (y + -(xy)) + yx \\ &= y + (-xy + yx) \\ &= y + (-xy + xy) \\ &= y + 0 \\ &= y\end{aligned}$$

(c) Dados $a, b \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned}(a + b)^2 &= (a + b)(a + b) \\ &= a(a + b) + b(a + b) \\ &= a^2 + ab + ba + b^2 \\ &= a^2 + ab + ab + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2\end{aligned}$$

- 4) Resuelva las siguientes inecuaciones, indicando explícitamente cada conjunto solución:

(a) $(x - 2)(x - 3) \leq 0$

(b) Dado $a \in \mathbb{R}_+^*$, $(x + a)(x - a) < 0$

(c) $3x^2 < x - 5$

(d) $2x^2 + 3x + 1 < 0$

(e) $4x - 5 > x^2$

- 5) Resuelva las siguientes inecuaciones, indicando explícitamente cada conjunto solución:

(a) $\frac{2}{6x-5} < 0$

(b) $\frac{x+2}{2x^2-3x} < 0$

(c) $\frac{4}{x} + \frac{x-1}{5} < \frac{3}{x} + 1$

(d) $\frac{(x-a)}{(x+1)(x-a)} > 0$ (Indique cómo la solución depende de a)

(e) $\frac{4x-3}{6x} \leq \frac{8x-6}{5x}$

- 6) Resuelva las siguientes inecuaciones, indicando explícitamente cada conjunto solución:

(a) $|x - 3| \leq \frac{1}{2}$

(b) $2|x| < |x - 1|$

(c) $|x - 8| < x - 2$

(d) $x - |x + 1| > 2$

(e) $\left| \frac{5x+3}{x-1} \right| \geq 7$