

## Evaluación Unidad II

1. Sea  $f : A \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = |x| - \sqrt{1-x^2}$ .
  - (a) (10 min.) Determine  $A = \text{Dom } f$ , recorrido y paridad.
  - (b) (10 min.) Encuentre los ceros y signos de  $f$ .
  - (c) (10 min.) Determine las zonas de crecimiento y de decrecimiento.
  - (d) (10 min.) Muestre que  $f$  no es inyectiva ni sobreyectiva.
  - (e) (10 min.) Determine el mayor conjunto  $B$ ,  $B \subseteq A = \text{Dom}(f)$  tal que  $f : B \rightarrow f(B)$  sea biyectiva y calcule  $f^{-1}(x)$ .
  - (f) (10 min.) Bosqueje el gráfico de  $f$  y de  $|f|$ .
2. Sea  $f(x) = \frac{x+1}{2x+1}$ .
  - (a) (10 min.) Encuentre su dominio  $A$ , ceros y signos.
  - (b) (10 min.) Pruebe que  $f$  es inyectiva.
  - (c) (10 min.) Demuestre que el recorrido de  $f$  es  $\mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{2}\}$ .
  - (d) (10 min.) Encuentre la función inversa de  $f : A \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{2}\}$  y explicita su dominio y recorrido.
3. Sea la fórmula  $f(x) = \sqrt{1 - \frac{2}{1+x}}$ .
  - (a) (10 min.) Determine el mayor conjunto  $A \subseteq \mathbb{R}$  tal que  $f : A \rightarrow \mathbb{R}$  que a  $x$  le asocia  $f(x)$ , sea una función.
  - (b) (5 min.) Encuentre los ceros de  $f$  y determine sus signos.
  - (c) (5 min.) Determine la paridad y periodicidad de  $f$ .
  - (d) (5 min.) Determine la inyectividad y epiyectividad de  $f$ .
  - (e) (10 min.) Encuentre los intervalos donde  $f$  crece y aquellos donde  $f$  decrece.
  - (f) (5 min.) Grafique  $f$ .
4. Sean  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ , y la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = \begin{cases} x^2 + \alpha & \text{si } x \geq 0 \\ x + \beta & \text{si } x < 0 \end{cases}$ .
  - (a) (10 min.) Demuestre que  $f$  es epiyectiva ssi  $\alpha \leq \beta$ .
  - (b) (10 min.) Demuestre que  $f$  es inyectiva ssi  $\alpha \geq \beta$ .
  - (c) (10 min.) > Cuál es el conjunto  $B = \{(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2 \mid f \text{ biyectiva}\}$ ?  
  
(15 min.) Sea la función  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $g(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \in \mathbb{Q} \\ 0 & \text{si } x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$ .
5. Pruebe que  $\forall x \in \mathbb{R}, |g(x)| \leq |x|$ .

