Evaluación unidad III

(30 min.) Considere la función

$$f(x) = \frac{1 + \operatorname{sen} x}{1 - \cos x}.$$

Encuentre domino, signos, ceros, paridad, periodicidad e inyectividad.

(a) (30 min.) Encuentre los ceros de la función: $f(x) = \cos^3(x) + \operatorname{sen}^3(x) - 1 + \frac{1}{2}\operatorname{sen}(2x)$.
Indicación: $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$.

(b) (30 min.) Demuestre la identidad

$$\frac{1}{\operatorname{tg}(3x) - \operatorname{tg}(x)} - \frac{1}{\operatorname{cotg}(3x) - \operatorname{cotg}(x)} = \operatorname{cotg}(2x).$$

(10 min.) Demuestre la siguiente identidad trigonométrica:

$$\frac{1}{2}\operatorname{sen} x \sec^2 \frac{x}{2} + \cos x \tan \frac{x}{2} - \operatorname{sen} x = 0.$$

(a) Demuestre que $\forall \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ se cumplen las siguientes igualadades:

1.- (10 min.) $\operatorname{sen}\beta \operatorname{sen}\gamma = \frac{1}{2}\left(\cos(\beta - \gamma) - \cos(\beta + \gamma)\right)$.

2.- (10 min.) $\cos\beta \cos\gamma = \frac{1}{2}\left(\operatorname{sen}(\beta + \gamma) + \operatorname{sen}(\beta - \gamma)\right)$.

(15 min.) Suponga que usted está parado a una altura h sobre el nivel del mar, mirando al horizonte. Suponga que la Tierra es una circunferencia de radio R. Calcule la cantidad máxima de kilómetros que es posible ver, es decir, el largo del arco de circunferencia que es posible ver.

(20 min.) Resolver la ecuación trigonométrica:

$$\operatorname{sen} 2x = \cos \frac{x}{2}.$$

Graficar las soluciones en el círculo geométrico y determinar si $\frac{3\pi}{5}$ es solución.