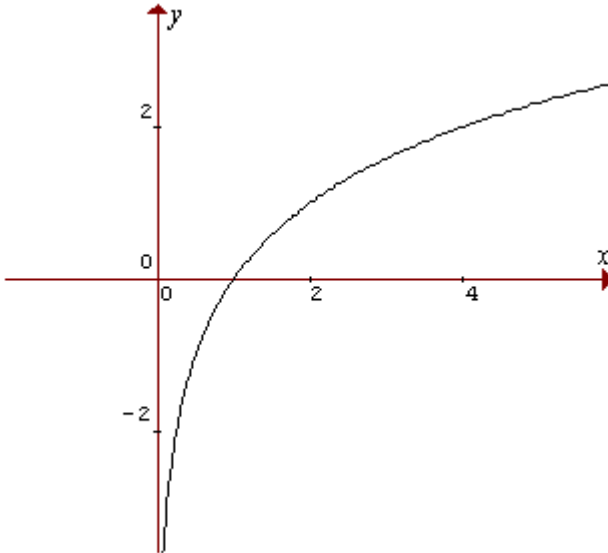
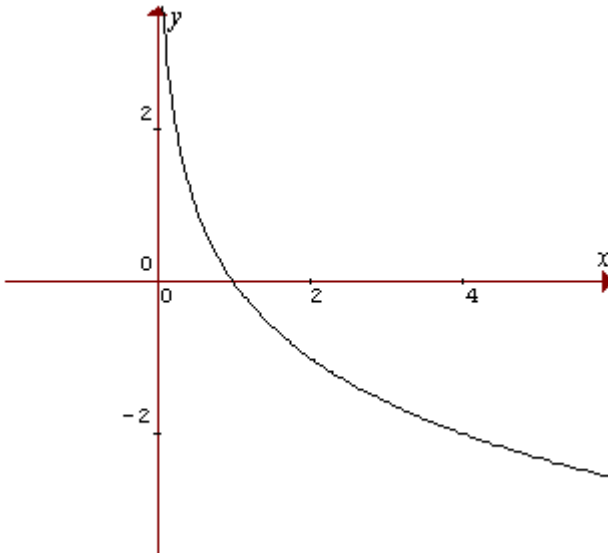


FUNCIÓN LOGARÍTMICA

• **Gráfica de la función logarítmica :**

<p style="text-align: center;">$a > 1$</p> 	<p>$y = \log_a x \quad (a > 1)$</p> <ul style="list-style-type: none"> • Dominio: $(0, \infty)$ • Recorrido: $(-\infty, \infty)$ • Puntos: $(1, 0)$ y $(a, 1)$ • Siempre creciente • Continua • $\lim_{x \rightarrow \infty} (\log_a x) = \infty$ • $\lim_{x \rightarrow 0} (\log_a x) = -\infty$ (A.V.) <p><i>p.ej.</i> $\log_2 x$</p>
<p style="text-align: center;">$0 < a < 1$</p> 	<p>$y = \log_a x \quad (0 < a < 1)$</p> <ul style="list-style-type: none"> • Dominio: $(0, \infty)$ • Recorrido: $(-\infty, \infty)$ • Puntos: $(1, 0)$ y $(a, 1)$ • Siempre Decreciente • Continua • $\lim_{x \rightarrow \infty} (\log_a x) = -\infty$ • $\lim_{x \rightarrow 0} (\log_a x) = \infty$ (A.V.) <p><i>p.ej.</i> $\log_{\frac{1}{2}} x$</p>

• **Estudio de la Función Logarítmica :**

Se llama función logarítmica a la función real de variable real :

$$y = \log_a g(x)$$

p.ej. $y = \log(x^2 - 1)$; $\log_5 \frac{x}{x^2 + 3}$; $\ln(2x + 3)$; *etc...*

La función logarítmica es una aplicación biyectiva definida de \mathbb{R}_+^* en \mathbb{R} :

$$\log_a: \mathbb{R}^+ \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$x \longrightarrow \log_a y = x$$

$$[a > 0, a \neq 1]$$

- o La función logarítmica solo está definida sobre los números positivos.
- o *Los números negativos y el cero no tienen logaritmo*
- o La función logarítmica de base a es la recíproca de la función exponencial de base a.
- o Las funciones logarítmicas más usuales son la de base 10 y la de base $e = 2'718281\dots$

Debido a la continuidad de la función logarítmica, los límites de la forma

$$\lim_{x \rightarrow a} [\log_a f(x)]$$

se hallan por medio de la fórmula :

$$\lim_{x \rightarrow a} [\log_a f(x)] = \log_a [\lim_{x \rightarrow a} f(x)]$$

Logaritmos

A las operaciones, ya conocidas, de Adición, Sustracción, Multiplicación, División, Potenciación y Radicación, añadimos una nueva que llamamos **Logaritmación**.

Los logaritmos fueron introducidos en las matemáticas con el propósito de facilitar, simplificar o incluso, hacer posible complicados cálculos numéricos. Utilizando logaritmos podemos convertir : productos en sumas, cocientes en restas, potencias en productos y raíces en cocientes.

- **Definición de logaritmo :**

Se llama logaritmo en base a del número x al exponente b al que hay que elevar la base para obtener dicho número.

$$\log_a x = b \Leftrightarrow a^b = x$$

que se lee : "el logaritmo en base a del número x es b" , o también : "el número b se llama logaritmo del número x respecto de la base a " .

Como podemos ver, un logaritmo no es otra cosa que un exponente , hecho que no debemos olvidar cuando trabajemos con logaritmos.

La constante **a** es un número real positivo distinto de 1, y se denomina

base del sistema de logaritmos. La potencia a^b

para cualquier valor real de b solo tiene sentido si $a > 0$.

La función logarítmica (o función logaritmo) es una aplicación biyectiva del conjunto de los números reales positivos, sin el cero, en el conjunto de los números reales :

$$\begin{aligned} \log_a: R_+^* &\longrightarrow R \\ a^x &\longrightarrow x \end{aligned}$$

Es la función inversa de la función exponencial.

La operación logaritmación (extracción de logaritmos, o tomar logaritmos) es siempre posible en el campo real cuando tanto la base a del logaritmo como el número x son positivos, (siendo, además, a distinto de 1)

• **Propiedades :**

- $\log_a 1 = 0$
- $\log_a a = 1$
- $\log_a a^x = x$
- $a^{\log_a x} = x$
- $\log_a(u \cdot v) = \log_a u + \log_a v$
- $\log_a\left(\frac{u}{v}\right) = \log_a u - \log_a v$
- $\log_a(u^n) = n \cdot \log_a u$
- $\log_a \sqrt[n]{u} = \frac{1}{n} \log_a u$

• **Logaritmos Decimales :**

Se llaman logaritmos decimales o vulgares a los logaritmos que tienen por base el número 10. Al ser muy habituales es frecuente no escribir la base.

$$\log_{10} x = \log x$$

• **Logaritmos Neperianos :**

Se llaman logaritmos neperianos, naturales o hiperbólicos a los logaritmos que tienen por base el número e .

$$\log_e x = \ln x = Lx$$

• **Cambio de Base :**

$$\log_a N = \frac{\log_b N}{\log_b a} \quad ; \quad \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

• **Antilogaritmo :**

Es el número que corresponde a un logaritmo dado. Consiste en el problema inverso al cálculo del logaritmo de un número.

$$\log_a x = y \Leftrightarrow \text{Anti} \log_a y = x \Leftrightarrow a^y = x$$

es decir, consiste en elevar la base al número resultado :

$$p.ej. \log 49 = 1'6901 \quad ; \quad \text{Anti} \log 1'6901 = 49 \quad ; \quad 10^{1'6901} = 49$$

• **Cologaritmo :**

Se llama cologaritmo de un número N al logaritmo de su recíproco.

$$colog N = \log \frac{1}{N} = -\log N$$

• **Equivalencias útiles :**

$\ln N = 2'3025 \cdot \log N$	$\log 2 = 0'3010$	$\ln 2 = 0'6931$
$\log N = 0'4343 \cdot \ln N$	$\log 3 = 0'4771$	$\ln 3 = 1'0986$
$\log e = 0'4343 = \frac{1}{2'3025}$	$\log 5 = 0'6989$	$\ln 5 = 1'6094$
	$\log 7 = 0'8450$	$\ln 7 = 1'9459$

• **Ecuaciones Logarítmicas :**

Aquella ecuación en la que la incógnita aparece sometida a la operación de logaritmación.

La igualdad de los logaritmos de dos expresiones implica la igualdad de ambas. (principio en el que se fundamenta la resolución de ecuaciones logarítmicas, también se llama "tomar antilogaritmos")

$$\log_a u = \log_a v \Leftrightarrow u = v$$

Frecuentemente se resuelven aplicando las propiedades de los logaritmos antes enunciadas, en orden inverso, simplificando y realizando transformaciones oportunas.

- **Sistemas de Ecuaciones Logarítmicas :**

Se llaman sistemas de ecuaciones logarítmicas a los sistemas de ecuaciones en los que la/s incógnita/s está sometida a la operación logaritmo.

Se resuelven como los sistemas ordinarios pero utilizando las propiedades de los logaritmos para realizar transformaciones convenientes.

- **Características útiles :**

Si $a > 1$

Los números menores que 1 tienen logaritmo negativo

Los números mayores que 1 tienen logaritmo positivo

Si $0 < a < 1$

Los números menores que 1 tienen logaritmo positivo

Los números mayores que 1 tienen logaritmo negativo