10 Función cuadrática

1. Función cuadrática y traslación vertical

PIENSA Y CALCULA

Completa la siguiente tabla y di qué números se obtienen en la última fila:

Longitud del lado: x	0		1		2		3		4		5		6	…
Superficie: y = x^2					4		9							…
Diferencia de áreas						5								…

Solución:

Longitud del lado: x	0		1		2		3		4		5		6	…
Superficie: y = x^2	0		1		4		9		16		25		36	…
Diferencia de áreas		1		3		5		7		9		11		…

Son los números impares.

APLICA LA TEORÍA

1 ¿Cuáles de las siguientes funciones son cuadráticas?

a) $y = 2x - 5$

b) $y = -3x^2 + 4x - 1$

c) $y = 5x^3 - 4x^2 + 6x$

d) $y = x^2 + 1$

Solución:

b) y d)

2 Representa la parábola $y = 2x^2$

a) Escribe su eje de simetría.

b) ¿Cuándo es creciente?

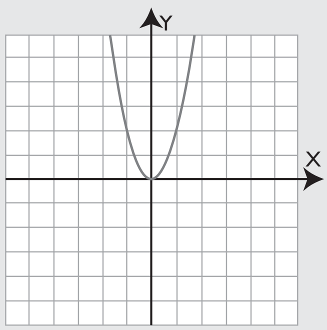
c) ¿Cuándo es decreciente?

d) Escribe el vértice y di si es máximo o mínimo.

e) ¿Es convexa (∪) o cóncava (∩)?

f) A partir de ella dibuja la parábola $y = 2x^2 - 5$

Solución:



a) $x = 0$

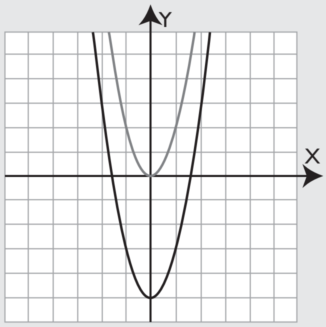
b) Cuando $x > 0$

c) Cuando $x < 0$

d) V(0, 0) es mínimo.

e) Es convexa, (∪)

f)



3 Representa la parábola $y = -x^2$. A partir de ella dibuja la parábola $y = -x^2 + 4$. De ésta:

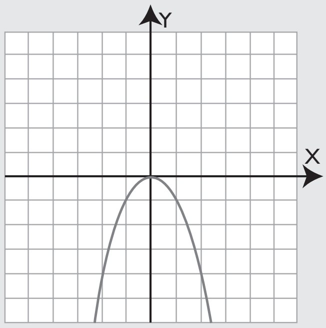
a) Escribe el eje de simetría.

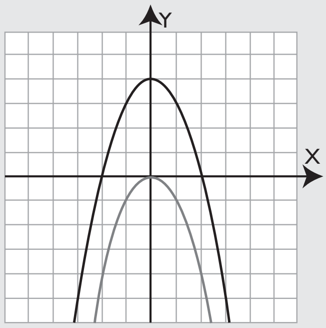
b) ¿Cuándo es creciente? ¿Cuándo es decreciente?

c) Escribe el vértice y di si es máximo o mínimo.

d) ¿Es convexa ($\cup$) o cóncava ($\cap$)?

Solución:





a) $x = 0$

b) Creciente: cuando $x < 0$

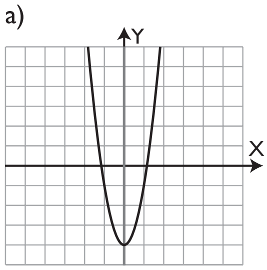
Decreciente: cuando $x > 0$

c) $V(0, 4)$ es máximo.

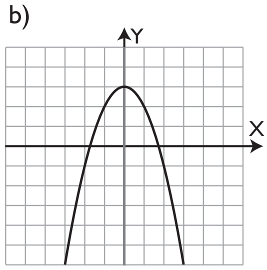
d) Es cóncava, ($\cap$)

4 Halla la ecuación de las siguientes parábolas:

a)

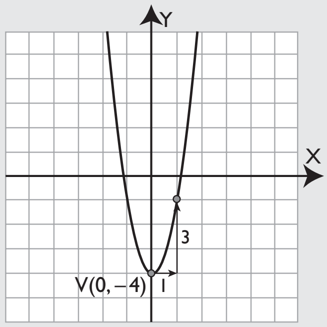


b)



Solución:

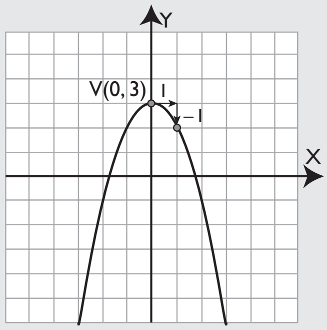
a)



$c = -4, a = 3$

$y = 3x^2 - 4$

b)



$c = 3, a = -1$

$y = -x^2 + 3$

2. Traslación horizontal y vertical

PIENSA Y CALCULA

1. Desarrolla mentalmente los siguientes cuadrados:

a) $(x + 3)^2$ b) $(x - 2)^2$

2. Factoriza mentalmente los siguientes trinomios:

a) $x^2 + 2x + 1$ b) $x^2 - 10x + 25$

Solución:

1. a) $x^2 + 6x + 9$ b) $x^2 - 4x + 4$

2. a) $(x + 1)^2$ b) $(x - 5)^2$

APLICA LA TEORÍA

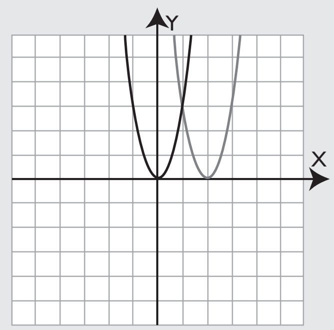
5 Representa la parábola $y = 3x^2$

A partir de ella dibuja la parábola $y = 3(x - 2)^2$. De ésta halla:

a) El eje de simetría.

b) El vértice. Di si es máximo o mínimo.

Solución:



a) $x = 2$

b) $V(2, 0)$ es un mínimo.

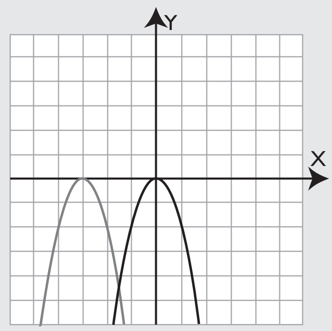
6 Representa la parábola $y = -2x^2$

A partir de ella dibuja la parábola $y = -2(x + 3)^2$. De ésta halla:

a) Su eje de simetría.

b) El vértice. Di si es máximo o mínimo.

Solución:



a) $x = -3$

b) $V(-3, 0)$ es un máximo.

7 Representa la parábola $y = x^2$

A partir de ella dibuja la parábola:

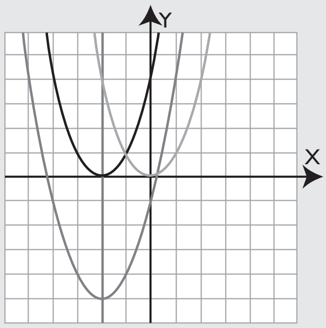
$$y = (x + 2)^2$$

A partir de ella dibuja la parábola $y = (x + 2)^2 - 5$. De ésta halla:

a) El eje de simetría.

b) Su vértice. Di si es máximo o mínimo.

Solución:



a) $x = -2$

b) $V(-2, -5)$ es mínimo.

8 Representa la parábola $y = -3x^2$

A partir de ella dibuja la parábola:

$$y = -3(x - 2)^2$$

A partir de ella dibuja la parábola:

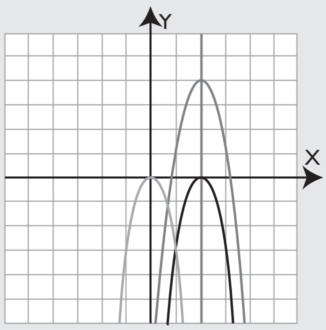
$$y = -3(x - 2)^2 + 4$$

De ésta halla:

a) El eje de simetría.

b) El vértice. Di si es máximo o mínimo.

Solución:



a) $x = 2$

b) $V(2, 4)$ es máximo.

9 Halla el eje de simetría de la siguiente parábola:

$$y = x^2 - 4x + 1$$

Solución:

$x = -\dfrac{b}{2a}$

$a = 1, b = -4$

$x = -\dfrac{-4}{2} = 2$

10 Halla el eje de simetría de la siguiente parábola:

$$y = -2x^2 + 6x - 3$$

Solución:

$x = -\dfrac{b}{2a}$

$a = -2, b = 6$

$x = -\dfrac{6}{2(-2)} = \dfrac{6}{4} = \dfrac{3}{2}$

11 Halla el eje de simetría de la siguiente parábola:

$$y = 3x^2 + 12x + 5$$

Solución:

$x = -\dfrac{b}{2a}$

$a = 3, b = 12$

$x = -\dfrac{12}{2 \cdot 3} = -\dfrac{12}{6} = -2$

12 Halla el eje de simetría de la siguiente parábola:

$$y = -4x^2 + 8x - 1$$

Solución:

$x = -\dfrac{b}{2a}$

$a = -4, b = 8$

$x = -\dfrac{8}{2(-4)} = \dfrac{8}{8} = 1$

3. Parábola general $y = ax^2 + bx + c$

PIENSA Y CALCULA

El eje de una parábola es $x = 3$ y se sabe que $a = 1$. ¿Cuánto vale **b**?

Solución:

$x = -\dfrac{b}{2a} \Rightarrow b = -2ax \Rightarrow b = -6$

APLICA LA TEORÍA

13 Calcula mentalmente el punto donde corta al eje **Y** la parábola siguiente: $y = x^2 - 3x + 5$

Solución:

(0, 5)

14 Dada la parábola siguiente: $y = x^2 - 4x + 1$

a) Halla el eje de simetría.

b) Halla el vértice. Di si es máximo o mínimo.

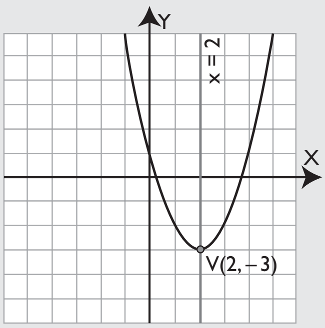
c) Representa la parábola.

Solución:

a) $x = 2$

b) $V(2, -3)$ es mínimo.

c) Gráfica:



15 Dada la parábola siguiente: $y = -x^2 + 6x - 5$

a) Halla el eje de simetría.

b) Halla el vértice. Di si es máximo o mínimo.

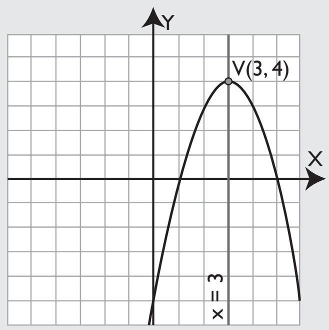
c) Representa la parábola.

Solución:

a) $x = 3$

b) $V(3, 4)$ es máximo.

c) Gráfica:



16 Dada la parábola siguiente: $y = 3x^2 + 6x - 1$

a) Halla el eje de simetría.

b) Halla el vértice. Di si es máximo o mínimo.

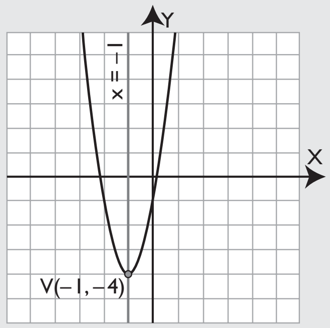
c) Representa la parábola.

Solución:

a) $x = -1$

b) $V(-1, -4)$ es mínimo.

c) Gráfica:



17 Dada la parábola siguiente: $y = -2x^2 - 8x - 3$

a) Halla el eje de simetría.

b) Halla el vértice. Di si es máximo o mínimo.

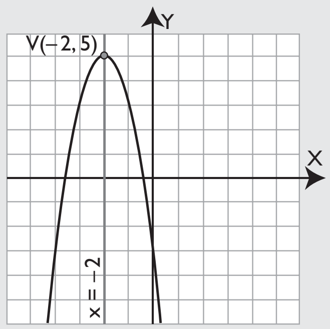
c) Representa la parábola.

Solución:

a) $x = -2$

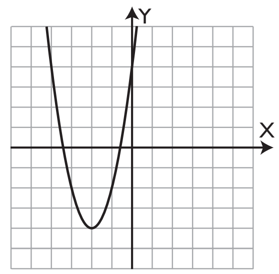
b) $V(-2, 5)$ es máximo.

c) Gráfica:

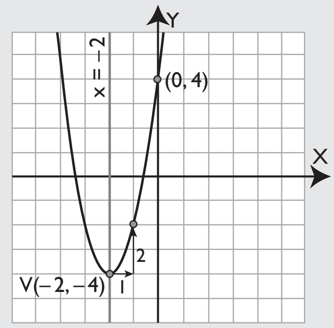


Halla la ecuación de las siguientes parábolas:

18



Solución:



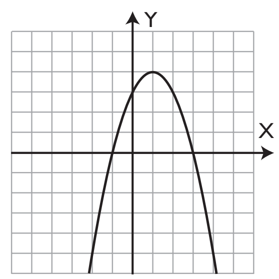
$a = 2$

$x = -2,\ b = -2ax \Rightarrow b = 8$

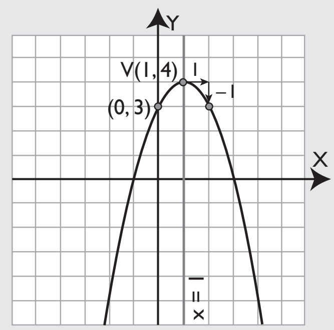
$c = 4$

$y = 2x^2 + 8x + 4$

19



Solución:



$a = -1$

$x = 1,\ b = -2ax \Rightarrow b = 2$

$c = 3$

$y = -x^2 + 2x + 3$

4. Puntos de corte

PIENSA Y CALCULA

Dadas la parábola y la recta del dibujo, calcula:

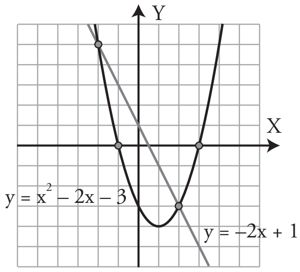
a) Los puntos de corte de la parábola con el eje **X**

b) Los puntos de corte de la recta y la parábola.

Solución:

a) A(– 1, 0) y B(3, 0)

b) C(– 2, 5) y D(2, – 3)



APLICA LA TEORÍA

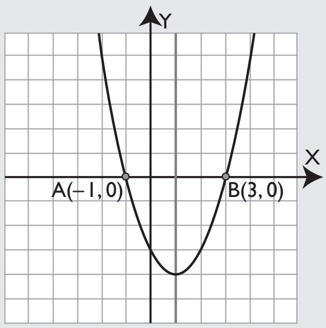
20 Halla los puntos de corte de la siguiente parábola con el eje **X:**

$$y = x^2 - 2x - 3$$

Representa la parábola y comprueba los puntos de corte.

Solución:

A(– 1, 0) y B(3, 0)

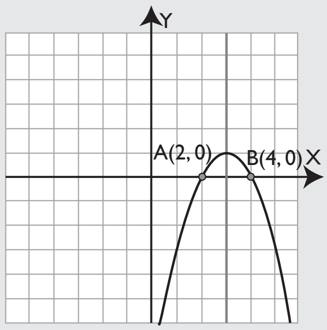


21 Halla los puntos de corte de la siguiente parábola con el eje **X:**

$$y = -x^2 + 6x - 8$$

Solución:

A(2, 0) y B(4, 0)



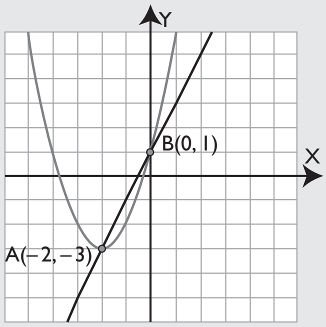
22 Halla los puntos de corte de la recta y la parábola siguientes:

$$y = 2x + 1$$
$$y = x^2 + 4x + 1$$

Represента la recta y la parábola. Comprueba los puntos de corte.

Solución:

A(– 2, – 3) y B(0, 1)

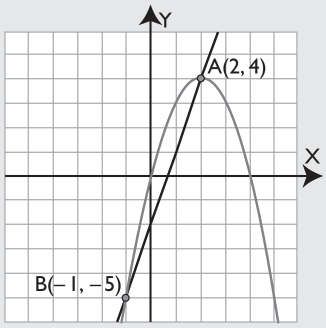


23 Halla los puntos de corte de la recta y la parábola siguientes:

$$y = 3x - 2$$
$$y = -x^2 + 4x$$

Solución:

A(2, 4) y B(– 1, – 5)



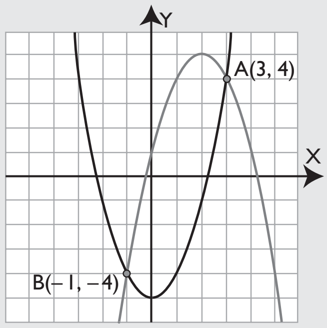
24 Halla los puntos de corte de las siguientes parábolas:

$$y = x^2 - 5$$
$$y = -x^2 + 4x + 1$$

Representa las parábolas y comprueba los puntos de corte.

Solución:

A(3, 4) y B(– 1, – 4)



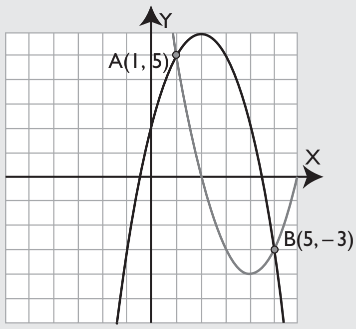
25 Halla los puntos de corte de las siguientes parábolas:

$$y = x^2 - 8x + 12$$
$$y = -x^2 + 4x + 2$$

Representa las parábolas y comprueba los puntos de corte.

Solución:

A(1, 5) y B(5, – 3)



Ejercicios y problemas

1. Función cuadrática y traslación vertical

26 ¿Cuál de las siguientes funciones es cuadrática?

a) $y = -7x^4 + 5x^2 + 2$

b) $y = 4x - 1$

c) $y = 7x^2 + 6x - 3$

d) $y = 5 - x^2$

Solución:

c) y d)

27 Representa la parábola $y = 3x^2$

a) Escribe su eje de simetría.

b) ¿Cuándo es creciente?

c) ¿Cuándo es decreciente?

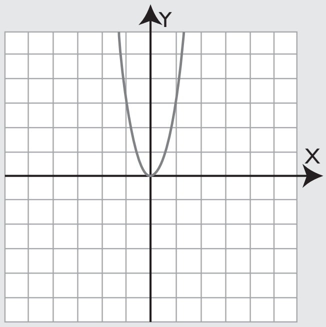
d) Halla su vértice y di si es máximo o mínimo.

e) ¿Es convexa ($\cup$) o cóncava ($\cap$)?

f) A partir de ella dibuja la parábola:

$$y = 3x^2 + 1$$

Solución:



a) $x = 0$

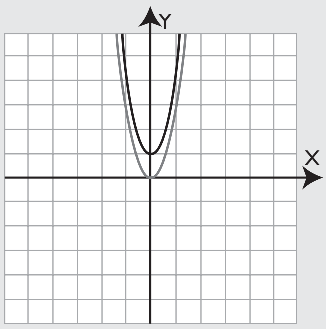
b) Cuando $x > 0$

c) Cuando $x < 0$

d) $V(0, 0)$ es mínimo.

e) Es convexa, ($\cup$)

f)



28 Representa la parábola $y = -2x^2$

A partir de ella dibuja la parábola $y = -2x^2 + 4$. De ésta:

a) Halla el eje de simetría.

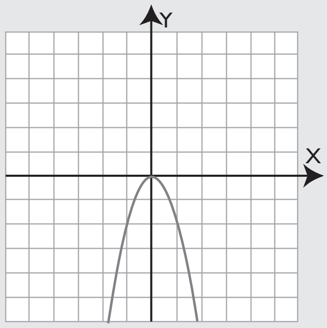
b) ¿Cuándo es creciente?

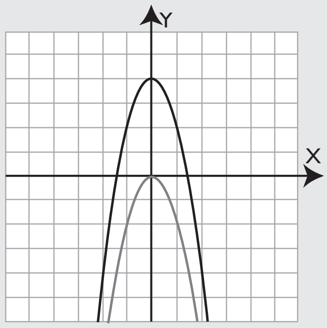
c) ¿Cuándo es decreciente?

d) Halla el vértice y di si es máximo o mínimo.

e) ¿Es convexa ($\cup$) o cóncava ($\cap$)?

Solución:





a) $x = 0$

b) Es creciente cuando $x < 0$

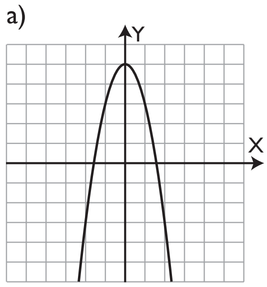
c) Es decreciente cuando $x > 0$

d) $V(0, 4)$ es máximo.

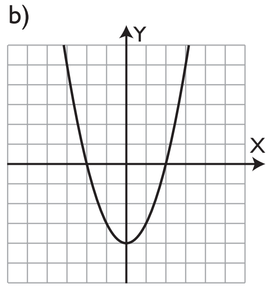
e) Es cóncava, ($\cap$)

29 Halla la ecuación de las siguientes parábolas:

a)

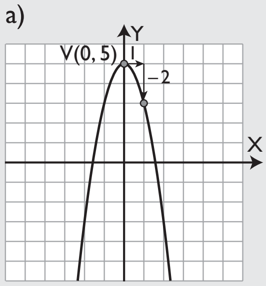


b)



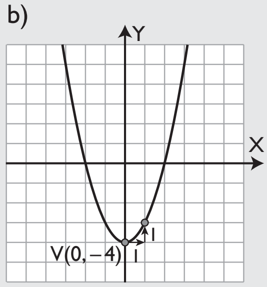
Solución:

a)



a) $y = -2x^2 + 5$

b)



b) $y = x^2 - 4$

2. Traslación horizontal y vertical

30 Representa la parábola:

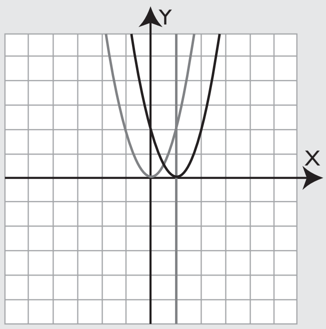
$$y = 2x^2$$

A partir de ella dibuja la parábola $y = 2(x - 1)^2$. De ésta:

a) Halla el eje de simetría.

b) Halla el vértice y di si es máximo o mínimo.

Solución:



a) $x = 1$

b) $V(1, 0)$ es mínimo.

31 Representa la parábola $y = -x^2$

A partir de ella dibuja la parábola:

$$y = -(x - 3)^2$$

A partir de ella dibuja la parábola:

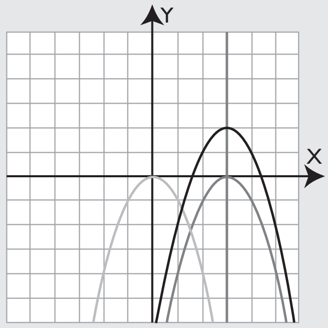
$$y = -(x - 3)^2 + 2$$

De ésta halla:

a) El eje de simetría de ambas.

b) Su vértice. Di si es máximo o mínimo.

Solución:



a) $x = 3$

b) $V(3, 2)$ es máximo.

32 Halla el eje de simetría de la siguiente parábola:

$$y = x^2 + 6x + 3$$

Solución:

$x = -\dfrac{b}{2a}$

$a = 1, b = 6$

$x = -\dfrac{6}{2} = -3$

33 Halla el eje de simetría de la siguiente parábola:

$$y = -2x^2 + 5x - 1$$

Solución:

$x = -\dfrac{b}{2a}$

$a = -2, b = 5$

$x = -\dfrac{5}{2(-2)} = \dfrac{5}{4}$

3. Parábola general $y = ax^2 + bx + c$

34 Calcula mentalmente el punto donde corta al eje **Y** la parábola: $y = -x^2 - 3x + 2$

Solución:

$A(0, 2)$

35 Dada la siguiente parábola: $y = x^2 - 6x + 5$

a) Halla el eje de simetría.

b) Halla el vértice y di si es máximo o mínimo.

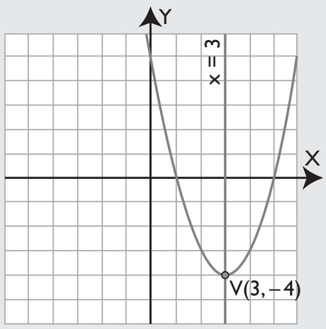
c) Representa la parábola.

Solución:

a) $x = 3$

b) $V(3, -4)$ es mínimo.

c) Gráfica:



36 Dada la siguiente parábola:

$$y = -3x^2 - 6x + 2$$

a) Halla el eje de simetría.

b) Halla el vértice y di si es máximo o mínimo.

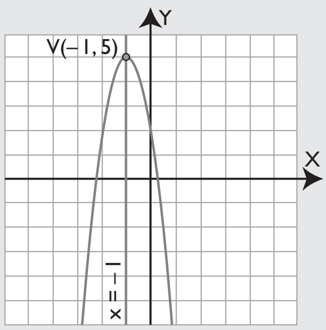
c) Representa la parábola.

Solución:

a) $x = -1$

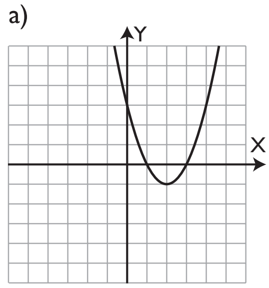
b) $V(-1, 5)$ es máximo.

c) Gráfica:

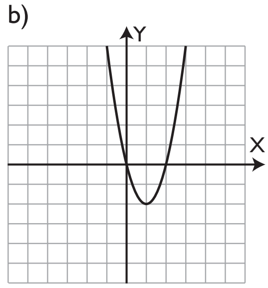


37 Halla la ecuación de las siguientes parábolas:

a)

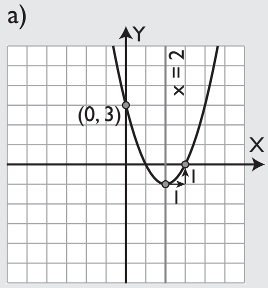


b)

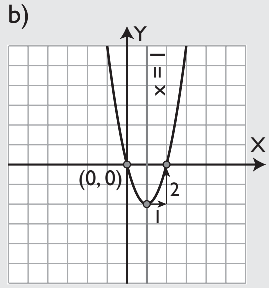


Solución:

a)



b)



a) $a = 1, x = 2$

$b = -2ax \Rightarrow b = -4$

$c = 3$

$y = x^2 - 4x + 3$

b) $a = 2, x = 1$

$b = -2ax \Rightarrow b = -4$

$c = 0$

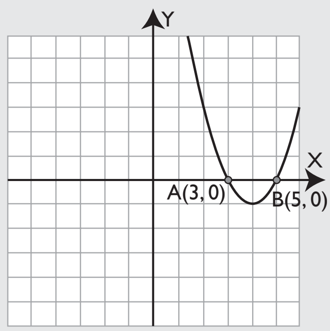
$y = 2x^2 - 4x$

4. Puntos de corte

38 Halla los puntos de corte con el eje **X** de la parábola $y = x^2 - 8x + 15$. Represéntala y comprueba los puntos de corte.

Solución:

$A(3, 0)$ y $B(5, 0)$



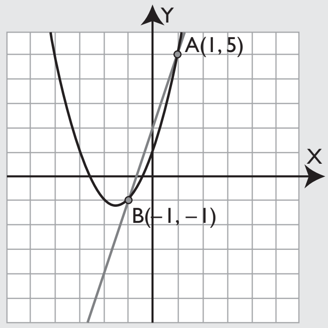
39 Halla los puntos de corte de la recta y la parábola siguientes:

$$y = 3x + 2 \qquad y = x^2 + 3x + 1$$

Represéntalas y comprueba los puntos de corte.

Solución:

A(1, 5) y B(–1, –1)



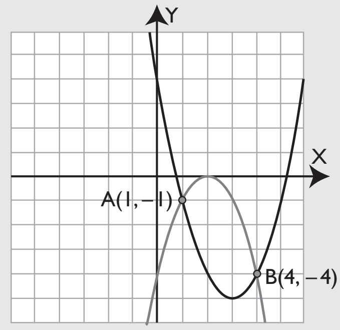
40 Halla los puntos de corte de las siguientes parábolas:

$$y = x^2 - 6x + 4 \qquad y = -x^2 + 4x - 4$$

Represéntalas y comprueba los puntos de corte.

Solución:

A(1, –1) y B(4, –4)



Para ampliar

41 Representa la parábola $y = x^2/2$

a) Escribe el eje de simetría.

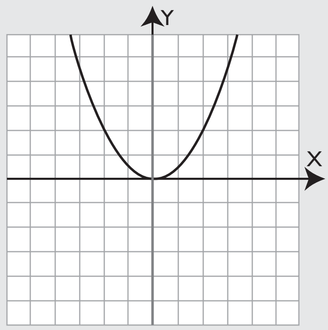
b) ¿Cuándo es creciente?

c) ¿Cuándo es decreciente?

d) Escribe el vértice y di si es máximo o mínimo.

e) ¿Es convexa (∪) o cóncava (∩)?

Solución:



a) $x = 0$

b) Es creciente cuando $x > 0$

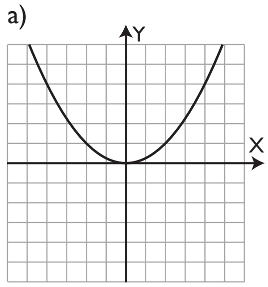
c) Es decreciente cuando $x < 0$

d) V(0, 0) es mínimo.

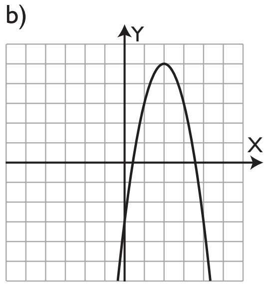
e) Es convexa, (∪)

42 Halla la ecuación de las siguientes parábolas:

a)

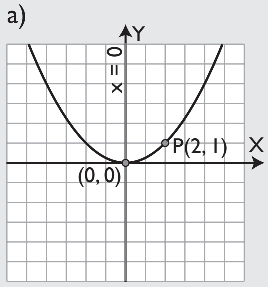


b)

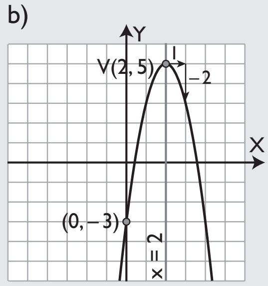


Solución:

a)



b)



a) $y = ax^2$

$x = 2 \Rightarrow y = 4a$

$4a = 1 \Rightarrow a = 1/4$

$y = x^2/4$

b) $a = -2, x = 2$

$b = -2ax \Rightarrow b = 8$

$c = -3$

$y = -2x^2 + 8x - 3$

43 Representa la parábola:

$$y = -3x^2$$

A partir de ella dibuja la parábola:

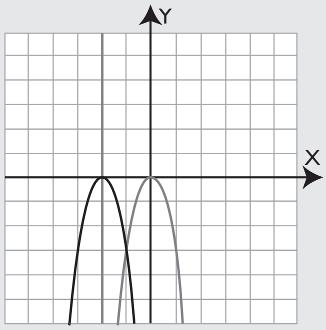
$$y = -3(x + 2)^2$$

De ésta halla:

a) El eje de simetría.

b) El vértice. Di si es máximo o mínimo.

Solución:



a) $x = -2$

b) $V(-2, 0)$ es máximo.

44 Representa la parábola $y = x^2$

A partir de ella dibuja la parábola

$$y = (x + 3)^2$$

A partir de ella dibuja la parábola:

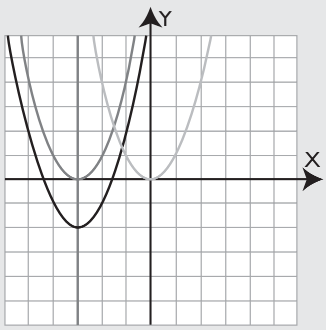
$$y = (x + 3)^2 - 2$$

De ésta halla:

a) El eje de simetría.

b) Su vértice. Di si es máximo o mínimo.

Solución:



a) $x = -3$

b) $V(-3, -2)$ es un mínimo.

45 Halla el eje de simetría de la siguiente parábola:

$$y = 2x^2 - 12x + 3$$

Solución:

$x = -\dfrac{b}{2a}$

$a = 2, b = -12$

$x = -\dfrac{-12}{2 \cdot 2} = \dfrac{12}{4} = 3$

46 Halla el eje de simetría de la siguiente parábola:

$$y = -3x^2 + 8x - 5$$

Solución:

$x = -\dfrac{b}{2a}$

$a = -3, b = 8$

$x = -\dfrac{8}{2(-3)} = -\dfrac{8}{-6} = \dfrac{4}{3}$

47 Dada la parábola:

$$y = -x^2 + 4x - 1$$

a) Halla el eje de simetría.

b) Halla el vértice. Di si es máximo o mínimo.

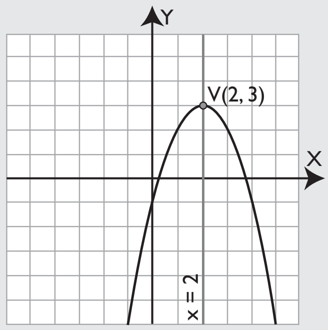
c) Representa la parábola.

Solución:

a) $x = 2$

b) $V(2, 3)$ es máximo.

c) Gráfica:



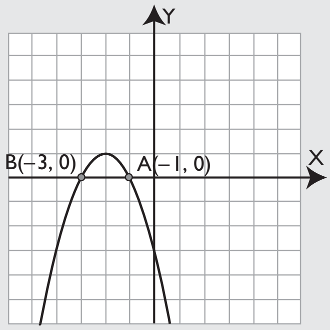
48 Halla los puntos de corte con el eje **X** de la parábola:

$$y = -x^2 - 4x - 3$$

Represéntala y comprueba los puntos de corte.

Solución:

A(– 1, 0) y B(– 3, 0)

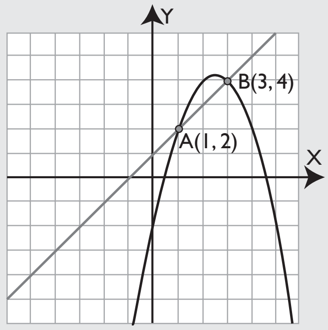


49 Halla los puntos de corte de la recta $y = x + 1$ y la parábola $y = -x^2 + 5x - 2$

Represéntalas y comprueba los puntos de corte.

Solución:

A(1, 2) y B(3, 4)



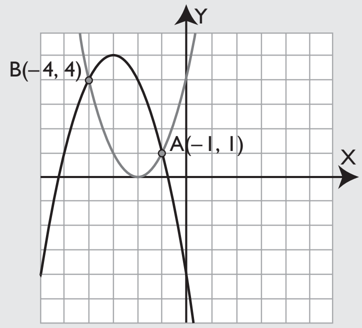
50 Halla los puntos de corte de las parábolas:

$$y = x^2 + 4x + 4 \qquad y = -x^2 - 6x - 4$$

Represéntalas y comprueba los puntos de corte.

Solución:

A(– 1, 1) y B(– 4, 4)



51 Los ingresos y los gastos de una empresa durante los 8 primeros años vienen definidos en miles de millones de euros por las siguientes funciones cuadráticas:

Ingresos: $I(t) = -\dfrac{t^2}{4} + \dfrac{5t}{2} + 2$

Gastos: $G(t) = \dfrac{t^2}{6} - \dfrac{5t}{2} + \dfrac{31}{3}$

a) Halla los momentos en los que los ingresos y los gastos se igualan.

b) ¿Cuándo son máximos los ingresos?

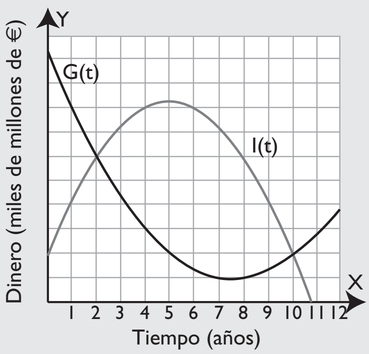
c) ¿Cuándo son mínimos los gastos?

Solución:

a) Se igualan los segundos miembros y se resuelve la ecuación. t = 2 años y t = 10 años

b) Los ingresos son máximos en el máximo de la función I(t), que corresponde al valor del eje de simetría. t = 5 años

c) Los gastos son mínimos en el mínimo de la función G(t), que corresponde al valor del eje de simetría. t = 7,5 años

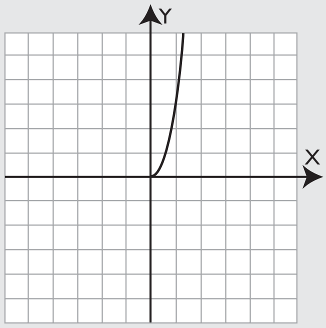


Problemas

52 Halla la fórmula que calcula el área de un círculo en función del radio, y, si es una función cuadrática, represéntala gráficamente.

Solución:

$y = \pi x^2$



53 Halla la fórmula que calcula el volumen de un cubo en función de la arista, y, si es una función cuadrática, represéntala gráficamente.

Solución:

$y = x^3$

No es una función cuadrática.

54 Halla el valor de **b** en la siguiente parábola sabiendo que su eje es x = 2:

$$y = x^2 + bx - 1$$

Solución:

$x = 2, a = 1$

$x = -\dfrac{b}{2a} \Rightarrow b = -2ax \Rightarrow b = -4$

55 Halla el valor de **a** en la siguiente parábola sabiendo que su eje es x = –3:

$$y = ax^2 - 6x - 1$$

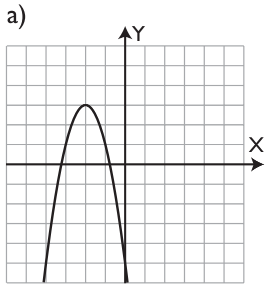
Solución:

$x = -3, b = -6$

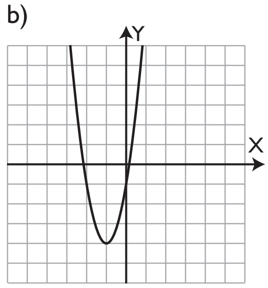
$x = -\dfrac{b}{2a} \Rightarrow a = -\dfrac{b}{2x} \Rightarrow a = -1$

56 Halla la ecuación de las siguientes parábolas:

a)

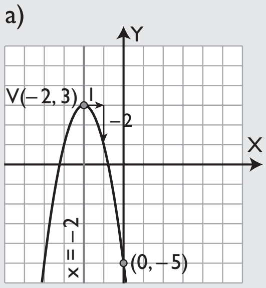


b)

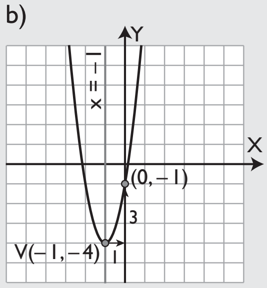


Solución:

a)



b)



a) $a = -2, x = -2$

$b = -2ax \Rightarrow b = -8$

$c = -5$

$y = -2x^2 - 8x - 5$

b) $a = 3, x = -1$

$b = -2ax \Rightarrow b = 6$

$c = -1$

$y = 3x^2 + 6x - 1$

57 En un prado se quiere cercar un recinto rectangular para que paste una cabra. Sabiendo que se tienen 24 m de alambre y cuatro estacas para hacerlo:

a) Halla la fórmula del área.

b) Haz la representación gráfica.

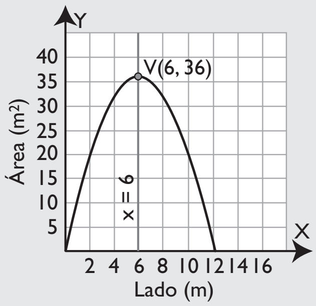
c) ¿Cuándo es máxima el área? ¿Cuánto vale?

Solución:

Base: x Altura: 12 – x

a) $y = x(12 - x) \Rightarrow y = 12x - x^2$

b) Grafica:



c) El área es máxima cuando x = 6, vale 36 m^2

58 Una pelota de golf sigue un movimiento uniformemente acelerado y su altura viene dada por la fórmula:

$$h = \frac{2}{5}t - \frac{1}{250}t^2$$

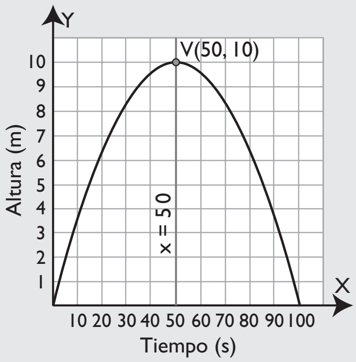
Sabiendo que el tiempo está dado en segundos y la altura en metros:

a) Dibuja la gráfica.

b) ¿Qué altura máxima alcanza?

c) ¿A qué longitud llega?

Solución:



a) Altura máxima: 10 m

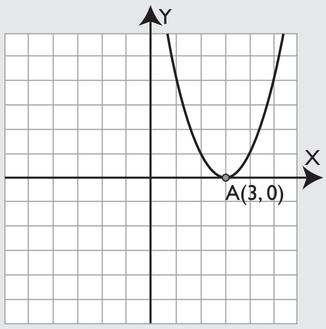
b) Longitud: 100 m

59 Halla los puntos de corte con el eje **X** de la siguiente parábola: $y = x^2 - 6x + 9$

Representa la parábola e interpreta el resultado.

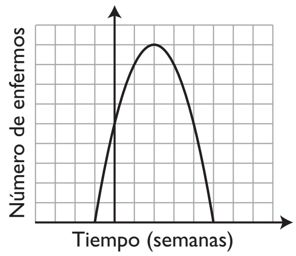
Solución:

A(3, 0)



Corta en un solo punto porque la parábola es tangente al eje **X**

60 La siguiente gráfica representa el número de enfermos de legionela en un determinado hospital:



a) ¿Durante cuántas semanas aumentó la enfermedad?

b) ¿Durante cuántas semanas disminuyó la enfermedad?

c) ¿Qué día hubo más enfermos de legionela? ¿Cuántos fueron?

d) ¿Cuántos días duró la enfermedad?

e) Halla la fórmula de la función.

Solución:

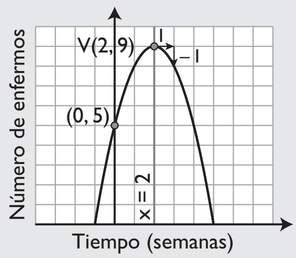
a) Durante las tres primeras semanas.

b) Durante las tres siguientes semanas.

c) El día 14 y hubo 9

d) $6 \cdot 7 = 42$ días.

e)



$a = -1$

$x = 2, b = -2ax \Rightarrow b = 4$

$c = 5$

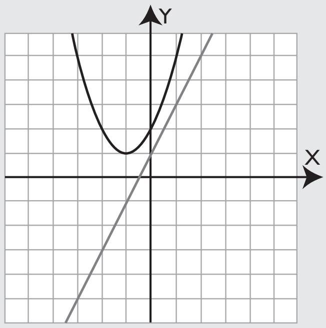
$y = -x^2 + 4x + 5$

61 Halla los puntos de corte de la recta $y = 2x + 1$ con la parábola $y = x^2 + 2x + 2$

Representa la recta y la parábola e interpreta el resultado.

Solución:

No tienen puntos de corte.



No se cortan.

62 Halla los puntos de corte de las parábolas:

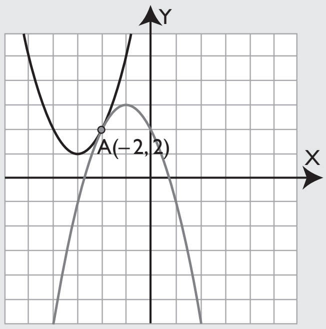
$$y = x^2 + 6x + 10 \qquad y = -x^2 - 2x + 2$$

Representa las parábolas e interpreta el resultado.

Solución:

Se resuelve el sistema por igualación.

A(– 2, 2)



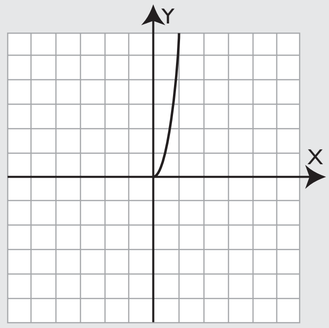
Solamente se cortan en un punto porque son tangentes.

Para profundizar

63 Halla la fórmula que define el área de un cubo en función de la arista, y, si es una función cuadrática, represéntala gráficamente.

Solución:

$y = 6x^2$



64 Halla la fórmula que define el volumen de una esfera en función del radio, y, si es una función cuadrática, represéntala gráficamente.

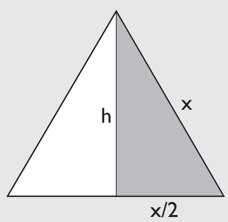
Solución:

$y = \frac{4}{3}\pi x^3$

No es una función cuadrática.

65 Halla la fórmula que define el área de un triángulo equilátero en función del lado, y, si es una función cuadrática, represéntala gráficamente.

Solución:

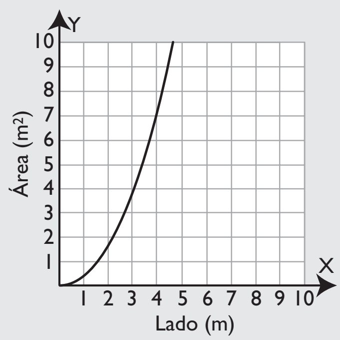


Aplicando el teorema de Pitágoras.

$h = \sqrt{x^2 - (x/2)^2}$

$h = \dfrac{x\sqrt{3}}{2}$

$A(x) = \dfrac{x^2\sqrt{3}}{4}$



66 Halla el valor de **b** y **c** en la siguiente parábola sabiendo que pasa por los puntos A(4, 3) y B(– 1, 3): $y = x^2 + bx + c$

Solución:

$$\left.\begin{aligned} 16 + 4b + c &= 3 \\ 1 - b + c &= 3 \end{aligned}\right\}$$

$b = -3, c = -1$

$y = x^2 - 3x - 1$

67 Halla el valor de **a** y **b** en la siguiente parábola sabiendo que pasa por los puntos A(1, 5) y B(2, 3): $y = ax^2 + bx + 3$

Solución:

$$\left.\begin{aligned} a + b + 3 &= 5 \\ 4a + 2b + 3 &= 3 \end{aligned}\right\}$$

$a = -2, b = 4$

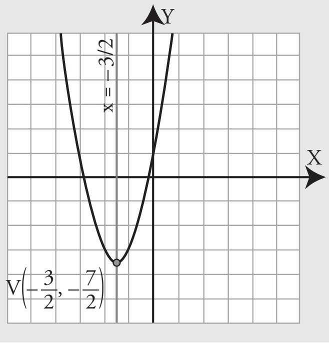
$y = -2x^2 + 4x + 3$

Aplica tus competencias

68 Halla la fórmula del m.r.u.a. que tiene una aceleración de 4 m/s^2, una velocidad inicial de 6 m/s y un espacio inicial de 1 m. Haz la representación gráfica.

Solución:

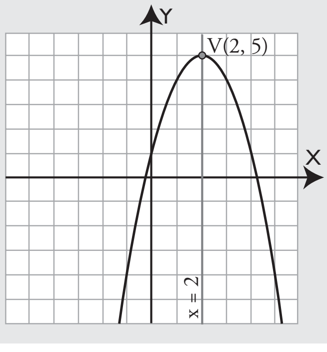
$e(t) = 2t^2 + 6t + 1$



69 La fórmula de un m.r.u.a. es $e = -t^2 + 4t + 1$. Calcula la aceleración, la velocidad inicial y el espacio inicial. Haz la representación gráfica.

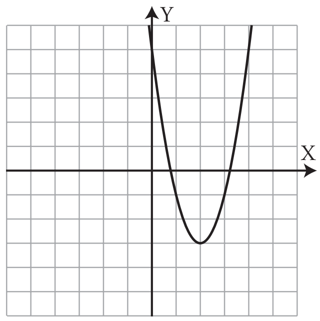
Solución:

$a = -2$ m/s^2 $v_0 = 4$ m/s $e_0 = 1$ m

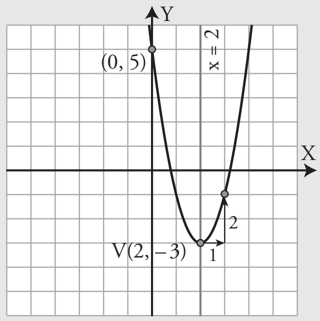


Aplica tus competencias

70 La gráfica de un m.r.u.a. es el dibujo. Calcula la fórmula, la aceleración, la velocidad inicial y el espacio inicial.



Solución:



Se calcula la fórmula:

$a = 2$

$x = 2$, $b = -2ax \Rightarrow b = -8$

$c = 5$

$e(t) = 2t^2 - 8t + 5$

Se tiene:

aceleración: $a = 4$ m/s^2

velocidad inicial: $v_0 = -8$ m/s

espacio inicial: $e_0 = 5$ m

Comprueba lo que sabes

1 Define función cuadrática y pon un ejemplo.

Solución:

Una **función cuadrática** es la que está definida por un polinomio de segundo grado y es de la forma:

$\mathbf{y = ax^2 + bx + c} \qquad \mathbf{a \neq 0}$

Ejemplo:

$y = 3x^2 - 5x + 1$

2 Representa la parábola $y = -2x^2$. A partir de ella dibuja la parábola $y = -2x^2 + 4$. De ésta:

a) Halla el eje de simetría.

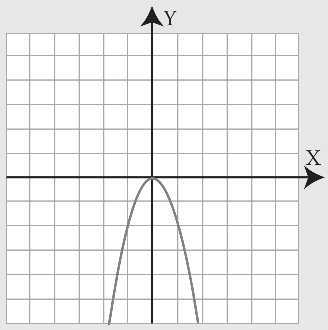
b) ¿Cuándo es creciente?

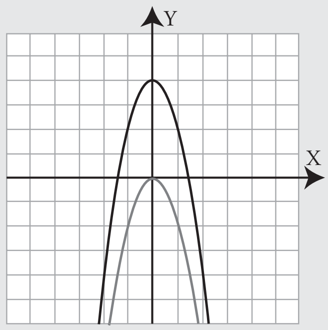
c) ¿Cuándo es decreciente?

d) Halla el vértice y di si es máximo o mínimo.

e) ¿Es convexa (∪) o cóncava (∩)?

Solución:





a) $x = 0$
b) Es creciente cuando $x < 0$
c) Es decreciente cuando $x > 0$
d) $V(0, 4)$ es máximo.
e) Es cóncava, $(\cap)$

3 Halla el eje de simetría de la parábola:

$$y = -2x^2 + 8x - 3$$

Solución:

$x = -\dfrac{b}{2a}$

$a = -2,\ b = 8$

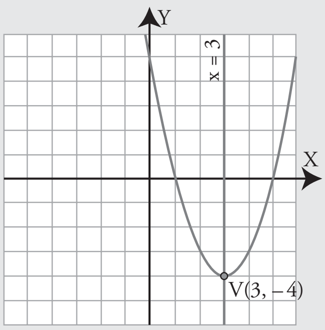
$x = -\dfrac{8}{2(-2)} = -\dfrac{8}{-4} = 2$

4 Dada la siguiente parábola: $y = x^2 - 6x + 5$

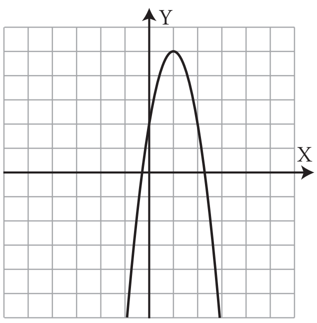
a) Halla el eje de simetría.
b) Halla el vértice y di si es máximo o mínimo.
c) Representa la parábola.

Solución:

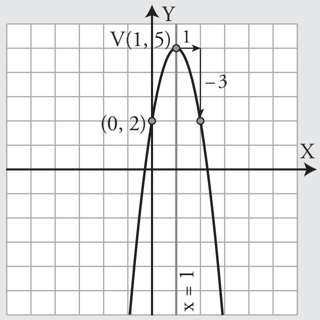
a) $x = 3$
b) $V(3, -4)$ es mínimo.
c) Gráfica:



5 Halla la ecuación de la parábola del dibujo siguiente:



Solución:



$a = -3$

$x = 1,\ b = -2ax \Rightarrow b = 6$

$c = 2$

$y = -3x^2 + 6x + 2$

6 Halla los puntos de corte con el eje **X** de la parábola $y = x^2 - 2x - 3$

Solución:

$A(3, 0)$ y $B(-1, 0)$

7 Halla los puntos de corte de las siguientes parábolas:

$$y = x^2 - 6x + 7 \qquad y = -x^2 + 4x - 1$$

Solución:

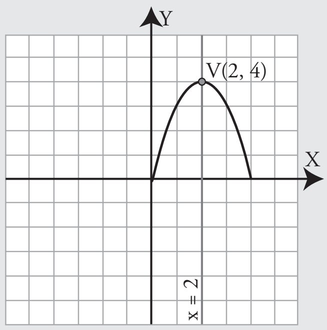
$A(1, 2)$ y $B(4, -1)$

8 Un balón de baloncesto sigue un movimiento uniformemente acelerado y su altura viene dada por la fórmula $h = 4t - t^2$

El tiempo está dado en segundos, y la altura en metros.

Dibuja la gráfica. ¿Qué altura máxima alcanza?

Solución:



La altura máxima que alcanza es 4 m

Paso a paso

71 Representa la siguiente parábola:

$$y = x^2 - 6x + 5$$

Halla:

- El eje de simetría. Dibújalo.
- El vértice. Di si es máximo o mínimo.

Solución:
Resuelto en el libro del alumnado.

72 Dada la parábola $y = x^2 + 2x - 3$

- Halla los puntos de corte con el eje **X**
- Haz la representación gráfica para comprobarlo.

Solución:
Resuelto en el libro del alumnado.

73 Dadas las parábolas:

$$y = x^2 - 4x - 1,\ \ y = -x^2 + 5$$

- Halla los puntos de corte.
- Haz la representación gráfica para comprobarlo.

Solución:
Resuelto en el libro del alumnado.

74 **Internet.** Abre la web: **www.editorial-bruno.es** y elige **Matemáticas, curso** y **tema.**

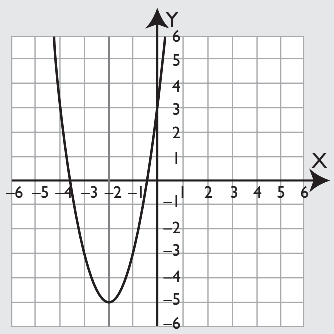
Advertencia:
El ejercicio 74 de GeoGebra está resuelto en el libro del alumnado.

Practica

Representa las siguientes parábolas y halla:
a) El eje de simetría y dibújalo.
b) El vértice. Di si es máximo o mínimo.

75 $y = 2x^2 + 8x + 3$

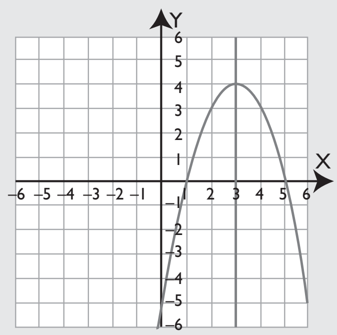
Solución:



a) $x = -2$
b) $V(-2, -5)$ es mínimo.

76 $y = -x^2 + 6x - 5$

Solución:



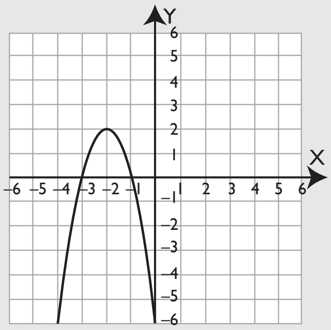
a) $x = 3$
b) $V(3, 4)$ es máximo.

Halla los puntos de corte de las siguientes parábolas con el eje **X,** luego represéntalas y comprueba e interpreta el resultado:

77 $y = -2x^2 - 8x - 6$

Solución:

A(– 1, 0) y B(– 3, 0)

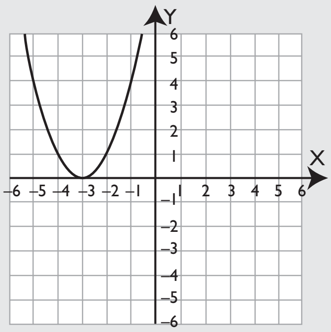


Corta en dos puntos al eje X

78 $y = x^2 + 6x + 9$

Solución:

A(– 3, 0)

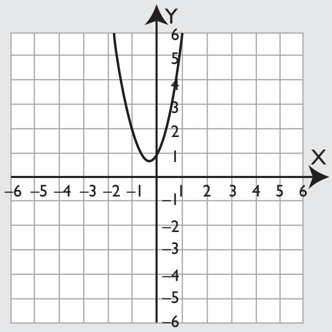


Corta en un solo punto al eje X, es decir, es tangente.

79 $y = 3x^2 + 2x + 1$

Solución:

No tiene solución.



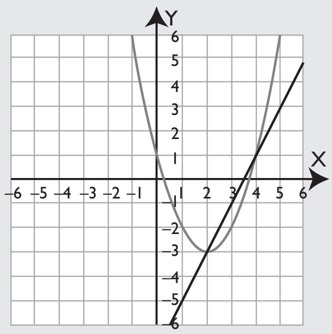
No corta al eje X

Halla los puntos de corte de las siguientes rectas y parábolas, luego represéntalas y comprueba e interpreta el resultado:

80 $y = 2x - 7$; $y = x^2 - 4x + 1$

Solución:

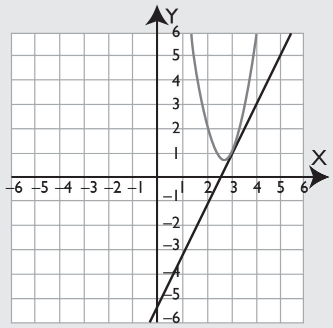
A(2, – 3) y B(4, 1)



Se cortan en dos puntos.

81 $y = 2x - 5$; $y = 3x^2 - 16x + 22$

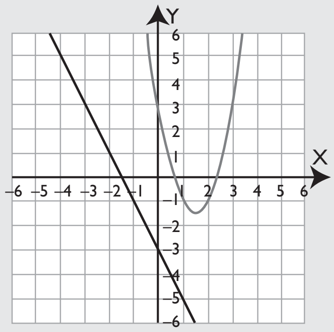
Solución:
A(3, 1)



Se cortan en un punto, son tangentes.

82 $y = -2x - 3$; $y = 2x^2 - 6x + 3$

Solución:
No tiene solución.

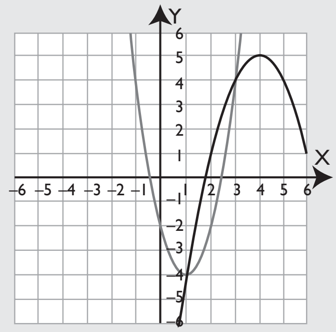


No se cortan.

Halla los puntos de corte de las siguientes parábolas. Luego represéntalas, comprueba e interpreta el resultado:

83 $y = 2x^2 - 4x - 2$; $y = -x^2 + 8x - 11$

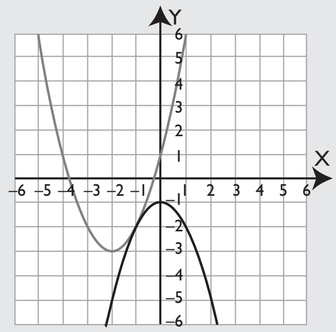
Solución:
A(1, –4) y B(3, 4)



Se cortan en dos puntos.

84 $y = x^2 + 4x + 1$; $y = -x^2 - 1$

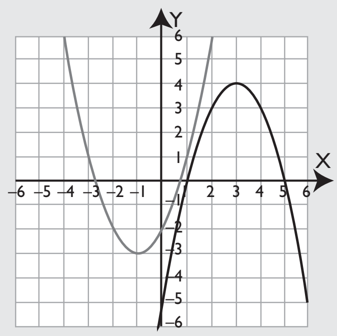
Solución:
A(–1, –2)



Se cortan en un punto, son tangentes.

85 $y = x^2 + 2x - 2$; $y = -x^2 + 6x - 5$

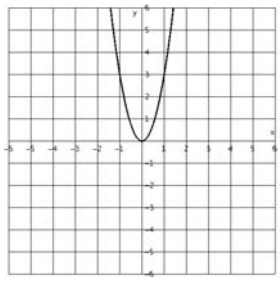
Solución:
No tiene solución.



No se cortan.

Halla, mediante *ensayo-acierto,* las ecuaciones de las siguientes parábolas.

86

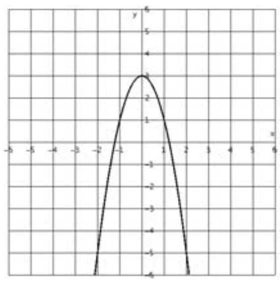


Solución:

$a = 3$

$y = 3x^2$

87



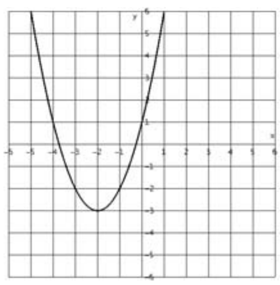
Solución:

$a = -2$

$c = 3$

$y = -2x^2 + 3$

88



Solución:

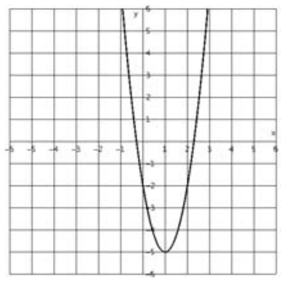
$a = 1$

$x = -2,\ b = -2ax \Rightarrow b = 4$

$c = 1$

$y = x^2 + 4x + 1$

89



Solución:

$a = 3$

$x = 1,\ b = -2ax \Rightarrow b = -6$

$c = -2$

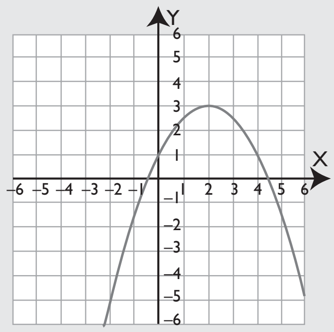
$y = 3x^2 - 6x - 2$

90 Un balón de voleibol sigue un movimiento uniformemente acelerado y su altura viene dada por la fórmula:

$$h = 1 + 2t - \frac{1}{2}t^2$$

El tiempo está dado en segundos, y la altura, en metros. Dibuja la gráfica. ¿Qué altura máxima alcanza?

Solución:



Alcanza una altura máxima en t = 2 s y es h = 3 m