

Verdad y falsedad



Xavier Martínez Garsaball
cadetill
18 de noviembre de 2004

Índice

1. El significado de los enunciados.....	3
2. Tablas de la verdad.....	4
3. Tautologías, contradicciones y enunciados contingentes.....	5
4. Validación de razonamientos con tablas de la verdad.....	6
4.1. Razonamientos con premisas inconsistentes.....	6
5. Enunciados equivalentes.....	7

1. El significado de los enunciados

Hasta ahora hemos visto cómo con la deducción natural podemos validar o no un enunciado, pero no hemos tenido en cuenta el significado ni de las premisas ni de la conclusión ya que, la lógica, como ciencia formal que es, no se ocupa del significado de los átomos, ni de los enunciados contruidos a partir de ellas. No obstante, la lógica garantiza que un razonamiento es correcto si las premisas son ciertas (la cual cosa implica que la conclusión también lo será).

La lógica asume que cualquier enunciado atómico puede ser verdadero (V) o falso (F) pero no las dos cosas a la vez.

2. Tablas de la verdad.

A partir de las *tablas de la verdad* que presentamos a continuación, podremos construir la de cualquier enunciado. Un enunciado en el que aparezcan n átomos tendrá una tabla de la verdad de 2^n filas, una para posible combinación de V y F asignados a cada uno de los átomos.

A	B	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \rightarrow B$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	F	V	V
F	F	F	F	V

conjunción, disyunción y implicación

A	$\neg A$
V	F
F	V

negación

3. Tautologías, contradicciones y enunciados contingentes

- **Tautología:** si todas las interpretaciones de un enunciado dan como verdadera la conclusión.
- **Contradicción:** si todas las interpretaciones de un enunciado dan como falsa la conclusión.
- **Contingente:** cuando la conclusión da interpretaciones verdaderas y falsas.

Ejemplo de tautología:

$$P \rightarrow (Q \rightarrow P)$$

P	Q	$P \rightarrow Q$	$P \rightarrow (Q \rightarrow P)$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	F	V
F	F	V	V

Ejemplo de contradicción

$$P \wedge Q \wedge (P \rightarrow \neg Q)$$

P	Q	$\neg Q$	$P \wedge Q$	$P \rightarrow \neg Q$	$P \wedge Q \wedge (P \rightarrow \neg Q)$
V	V	F	V	F	F
V	F	V	F	V	F
F	V	F	F	V	F
F	F	V	F	V	F

4. Validación de razonamientos con tablas de la verdad.

Las tablas de la verdad hacen correcto un razonamiento si y sólo si todas aquellas interpretaciones que hacen verdaderas las premisas (todas a la vez) también hacen verdadera la conclusión.

Es importante ver que pueden haber premisas que hagan cierta la conclusión sin que todas éstas sean ciertas

De la misma manera que podemos validar un razonamiento mediante tablas de la verdad, podemos refutarlo. Para poder refutar un razonamiento tiene que existir como mínimo una interpretación en la que sus premisas son verdaderas y su conclusión falsa (a esta interpretación se la llama *contraejemplo*).

4.1. Razonamientos con premisas inconsistentes

Hay razonamientos en los que no existe ninguna interpretación que tenga todas las premisas verdaderas simultáneamente (se les llama **inconsistentes**), por lo que no podremos encontrar una contradicción (debido a que, para que exista una, todas las premisas han de ser ciertas). Puesto que no se puede encontrar ningún *contraejemplo*, estos razonamientos son siempre válidos independientemente de la conclusión.

5. Enunciados equivalentes

Dos enunciados son equivalentes ($A \dashv\vdash B$) si a partir del primero se puede demostrar el segundo ($A \vdash B$) y a partir del segundo se puede demostrar el primero ($B \vdash A$).

Si $A \vdash B$, todas las interpretaciones que hacen cierto a A también hacen cierto a B . Si $B \vdash A$, todas las interpretaciones que hacen cierto a B también hacen cierto a A . Las dos cosas sólo es posible si A y B tienen exactamente la misma tabla de la verdad.

Ejemplo:

$$P \rightarrow (Q \rightarrow S) \text{ y } (Q \rightarrow S) \rightarrow P$$

P	Q	S	$P \rightarrow (Q \rightarrow S)$	$(Q \rightarrow S) \rightarrow P$
V	V	V	V	V
V	V	F	F	F
V	F	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	V	V	V
F	V	F	V	V
F	F	V	V	V
F	F	F	V	V